

Nadine EHRLICH, Münster

Untersuchungen zu „Strukturierungskompetenzen“ mathematisch begabter Sechst- und Siebtklässler

Seit längerer Zeit existieren Projekte mit begleitender Forschung für mathematisch begabte Schüler **ab der 8. Klassenstufe** (Krutetzki, Kießwetter), seit etwa 15 Jahren v.a. in Deutschland auch für den **Grundschulbereich** (Käpnick, Nolte, Bardy, Schmidt & Weiser, Fritzlar). Diese brachten mathematikdidaktisch und kognitionspsychologisch geprägte Merkmalsmodellierungen hervor. Aktuell ist im deutschsprachigen Raum ein Bemühen um eine immer differenziertere und komplexere Kennzeichnung mathematischer Begabung (vgl. das Merkmalsmodell von Käpnick & Fuchs, vgl. Fuchs 2006) und um eine **genauere begriffliche Festlegung** verschiedener mathematikspezifischer Begabungsmerkmale (z.B. Aßmus zum „Umkehren von Gedankengängen“) feststellbar.

Ein **Forschungsdefizit** besteht aber im Fehlen einer wissenschaftlich begründeten differenzierten Kennzeichnung der Entwicklung mathematischer Begabungen im fünften bis siebten Schuljahr sowie einer Charakterisierung des Merkmals „Fähigkeit im Strukturieren mathematischer Sachverhalte“ für diesen Altersbereich. Da Mathematik heute oft als „Wissenschaft der Muster und Strukturen“ gekennzeichnet wird (vgl. Devlin 2002)¹ und Strukturierungsfähigkeiten somit das wahrscheinlich wesentlichste mathematikspezifische Begabungsmerkmal darstellen (vgl. Käpnick 2006), wären Untersuchungen zum genannten Forschungsdefizit wünschenswert.

Dementsprechend bestehen die **Hauptziele meiner Untersuchungen** in einer theoretischen Modellierung des Konstruktes „Strukturierungskompetenzen“ als wesentliches Merkmal mathematischer Begabungen bei Sechst- und Siebtklässlern und einer diesbezüglichen differenzierten Kennzeichnung von Herangehensweisen und Niveaus. Das **forschungsmethodische Vorgehen** ist so angelegt, dass auf Basis der Literaturanalyse eine theoretische Modellierung vorgenommen wird, die dann durch quantitative und qualitative empirische Untersuchungen überprüft und vertiefend erkundet wird. Aus der Synthese der theoretisch-analytischen und konstruktiven sowie der empirischen Untersuchungen sollen dann begründete Ergebnisse zu den Hauptzielen der Arbeit gewonnen werden.

¹ Aufgrund des begrenzten Umfangs dieses Aufsatzes wird hier nur eine sehr geringe Anzahl an weiterführenden Literaturhinweisen gegeben; ausführlichere Verweise erhält man in Ehrlich 2010 oder auf Anfrage an mich per E-Mail.

1. Theoretischer Hintergrund

Die **theoretischen Grundpositionen** meiner Untersuchungen² sind stichpunktartig zusammengefasst: Berücksichtigung des komplexen Charakters von Begabung (unter Einbezug co-kognitiver Faktoren), der Bereichsspezifität, der dynamischen Entwicklung (Unterscheidung von Kompetenz und Performanz), der Möglichkeit und Notwendigkeit einer frühen Diagnostik, der Existenz unterschiedlicher Begabungsausprägungen und der Kombination quantitativer und qualitativer Untersuchungsmethoden. Entsprechend meiner Ausgangspositionen verstehe ich weiterhin mit Käpnick (2006, S. 5) *„unter einer mathematischen Begabung im Schulalter im Kern ein sich entwickelndes Potential von individuell geprägten weit überdurchschnittlichen mathematikspezifischen Begabungsmerkmalen und sich hiermit in wechselseitigen Zusammenhängen entwickelnden begabungsstützenden bereichsspezifischen Persönlichkeitseigenschaften“*.

Schließlich gehe ich davon aus, dass es sich bei Strukturierungsfähigkeiten um ein Begabungsmerkmal handelt, dies ist unter Begabungsforschern unumstritten. In der Merkmalsmodellierung Käpnicks sowie in denen anderer Begabungsforscher nehmen Strukturierungsfähigkeiten eine **zentrale Position** ein (z.B. Kießwetter 1985). Meine Literaturrecherche ergab, dass Kognitionspsychologen Fähigkeiten im Strukturieren ebenfalls als wesentliches Merkmal mathematisch begabter Kinder herausstellen (vgl. z.B. van der Meer 1985). Darüber hinaus haben Muster und Strukturen im **Kontext mathematischer Allgemeinbildung** durch die Einführung in die Bildungsstandards schulpolitische Relevanz erhalten. Fachdidaktiker betonen zudem den hohen Stellenwert von „Strukturierungskompetenzen“ für mathematisches Tätigsein und legen z.T. Definitionen für die Begriffe „Muster“ und „Struktur“ fest. Gleichzeitig wird die Schwierigkeit der begrifflichen Modellierung hervorgehoben (vgl. Wittmann & Müller 2007). Selten werden beide Begriffe aber definiert und bestehende Definitionen sind uneinheitlich. Auch im **Kontext spezieller mathematikdidaktischer Untersuchungen** finden „Strukturierungskompetenzen“ Berücksichtigung (z.B. Steinweg 2001). „Strukturierungskompetenzen“ spielen aber nicht nur in den genannten Wissenschaftsdisziplinen eine Rolle, sie sind in allen Bereichen wichtig, bei denen es um geordnet aufgebaute Ganzheiten geht. Im wissenschaftstheoretischen und allgemeinen Sprachgebrauch wird unter „Struktur“ u.a. die *„Ordnung eines geordnet aufgebauten Ganzen“* und unter „Muster“ u.a. ein *„charakteristischer Ausschnitt“* verstanden.

² Es handelt sich hier um eine sehr knappe Darstellung, für ausführlichere Beschreibungen vgl. Fuchs 2006.

2. Theoretische Modellierung von „Strukturierungskompetenzen“

Im Ergebnis der theoretisch-analytischen und konstruktiven Untersuchungen verstehe ich im Kontext meiner Untersuchung unter **Struktur** „eine allgemein formulierte mathematische Beziehung zwischen mindestens zwei Elementen in einem mathematischen Kontext“³.

Da Strukturen auf Verallgemeinerungen und oft auch auf Abstraktionen zielen, dienen sie dazu, Ordnungen in komplexen Situationen zu schaffen und auf diese Weise Wesentliches eines Themenbereiches unter einer bestimmten Zielstellung hervorzuheben. Mithilfe von Strukturen können auf sehr effektive Weise Probleme gelöst, Zusammenhänge zwischen Fakten herausgestellt oder Systeme entwickelt werden. Dies trägt zugleich dem Bedürfnis der Menschen nach Vorhersehbarkeit und Orientierung in komplexen Situationen Rechnung und entspricht ihrem natürlichen ästhetischen Empfinden für Regelmäßigkeiten. Strukturen können in Formeln dargestellt oder verbal beschrieben werden.

Unter „**Muster**“ verstehe ich im Kontext meiner Untersuchungen „mindestens einen konkreten Repräsentanten einer mathematischen Struktur“. Ein Muster kann bspw. mithilfe einer Tabelle, einer Zahlenfolge, einer Zeichnung oder verbal dargestellt werden.

Beispiel: Die Struktur der Dreieckszahlen⁴ lässt sich in einem Muster etwa ikonisch durch das entsprechende Punktmuster und symbolisch mithilfe der Zahlenfolge 1, 3, 6, 10, ... darstellen.

Charakteristisch für die o.g. Definitionen ist die **Unterscheidung zwischen Konkretem und Abstraktem**. Damit können im Sinne des zweiten Hauptziels der Arbeit die (meist) weniger anspruchsvolle „Musterebene“ und die qualitativ hochwertigere „Strukturebene“ unterschieden und begrifflich differenziert gekennzeichnet werden.⁵

³ „Allgemein formuliert“ bedeutet dabei, „dass die Beziehung nicht nur anhand konkreter Beispiele beschrieben wird. Die mathematische Beziehung kann dabei aus allen Bereichen der Mathematik stammen, das gleiche gilt für die Elemente und den mathematischen Kontext“.

⁴ Die n. Dreieckzahl entspricht der Summe aller natürlichen Zahlen beginnend bei 1 bis zur Obergrenze n.

⁵ Demnach beschreibt das Konstrukt „**Strukturierungskompetenzen**“ im Rahmen meiner Untersuchungen, „dass ein Individuum über das Wissen verfügt, „Strukturieren“ zu können“. Dies bezieht sich auf mathematisch begabte Sechst- und Siebtklässler beim Bearbeiten mathematischer Aufgaben. Mit obiger Definition verstehe ich in Anlehnung an Käpnick (2006) unter „**Strukturieren**“ das „Erkennen, Nutzen und Bilden von Mustern und Strukturen. Weiterhin zählt dazu das Speichern gegebener Sachverhalte im Kurzzeitgedächtnis unter Nutzung erkannter Strukturen“.

Die „Strukturebene“ ist insbesondere für die Untersuchung mathematisch begabter Sechst- und Siebtklässler relevant, weil nach den Stadien der kognitiven Entwicklung nach Piaget sich die Probanden dieses Alters auf der höchsten Stufe, dem Stadium der formalen Operationen befinden. Damit sind sie zum abstrakten Denken, dem Umgang mit Variablen, dem flexiblen Bilden von „Superzeichen“ und dem Aufstellen eigenständiger Theorien in der Lage. Darüber hinaus ist die beschriebene Denkweise charakteristisch für mathematisch begabte Schüler.

3. Ausblick

Die bisherigen empirischen Ergebnisse geben übereinstimmend mit anderen Untersuchungen (z.B. Amit & Neria 2008) Hinweise darauf, dass die beschriebenen „Muster- und Strukturebenen“ einen geeigneten begrifflichen Rahmen darstellen. Darüber hinaus bestätigte sich bisher, dass die Probanden unterschiedliche Herangehensweisen bei der Aufgabenbearbeitung zeigen, was weitere interessante Ergebnisse erwarten lässt.

Literatur

- Amit, M., Neria, D. (2008): „Rising to the challenge“: using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. In: ZDM, 40, 111-129.
- Devlin, K. (2002): Muster der Mathematik. Heidelberg, Berlin: Spektrum.
- Ehrlich, N. (2010): Strukturierungsfähigkeiten mathematisch begabter Sechst- und Siebtklässler. In F. Käpnick (Hrsg.): Das Münsteraner Projekt „Mathe für kleine Asse“. Münster: WTM, 125-137.
- Fuchs, M. (2006): Vorgehensweisen mathematisch potentiell begabter Dritt- und Viertklässler beim Problemlösen. Berlin: Lit.
- Käpnick, F. et al. (Hrsg.) (2006): Mathe für kleine Asse. Empfehlungen zur Förderung mathematisch begabter Schülerinnen und Schüler im 5. und 6. Schuljahr. Berlin: Cornelsen.
- Kießwetter, K. (1985): Die Förderung von mathematisch besonders begabten und interessierten Schülern – ein bislang vernachlässigtes sonderpädagogisches Problem. In: MNU, 38(5), 300-306.
- Meer, E. van der (1985): Mathematisch-naturwissenschaftliche Hochbegabung. In: Zeitschrift für Psychologie, 193, 3, 229-258.
- Steinweg, A. S. (2001): Zur Entwicklung des Zahlenmusterverständnisses bei Kindern. Epistemologisch-pädagogische Grundlegung. Münster: Lit.
- Wittmann, E. Ch., Müller, G. N. (2007): Muster und Strukturen als fachliches Grundkonzept. In G. Walther & al. (Hrsg.): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. Berlin: Cornelsen, 42-65.