Andrea GELLERT, Essen

# Kleingruppendiskussionen über strittige mathematische Deutungen

Als interpersonelles Koordinationsproblem wird der Begriff *Strittigkeit* in schulischen Kontexten auf der sozialen Ebene genutzt. Gemeint sind z.B. Auseinandersetzungen zwischen Kindern, die anschließend möglichst diskursiv ausgeräumt werden. Diskurse in alltäglichen Situationen sind Gegenstand der Untersuchungen von Miller (1986). Das primäre Handlungsziel eines Diskurses ist nach Miller eine strittige Frage, die Quaestio, die von den daran Beteiligten gemeinsam beantwortet wird (Miller 1986, 143). Dieses Aushandeln der Strittigkeit – so Miller – ist für das Lernen fundamental. Die Kinder müssen entsprechend versuchen, ihre auseinandergehenden Perspektiven anzunähern.

Im Forschungsprojekt "Erprobung und Evaluation fokussierender Lehrstrategien in der Grundschule (ErfoLG)" [seit 2009] werden Strittigkeiten gezielt zum Gegenstand des speziell *mathematischen* Diskurses gemacht. Dieser – realisiert in Kleingruppengesprächen mit 4 Schülern und 1 Lehrerin – dient vor allem der Klärung gemeinsam identifizierter Fragen und Aussagen, die auf den mathematischen Inhalt einer Aufgabe bezogen sind und nicht von allen Beteiligten als kollektiv geltend angesehen werden.

## Deutungen mathematischer Zeichen und Symbole

Zeichen und Symbole haben im Mathematikunterricht eine zentrale Bedeutung. Schulkinder werden in den Gebrauch von mathematischen Symbolen eingeführt und mathematische Kommunikationen beziehen sich auf deren Deutung (vgl. Steinbring 2009). Je individuelle Deutungen unterscheiden sich zum Teil fundamental, da sie mit bisheriger Erfahrung verknüpft werden. Im Mathematikunterricht zielt der Lehrer jedoch häufig auf eine vermeintliche Eindeutigkeit mathematischer Objekte, obwohl diese mehrdeutig interpretiert werden können und zahlreiche Anknüpfungspunkte für Unterrichtsgespräche bieten (siehe bspw. Voigt 1990; Steinbring 1994). Aber welche unterschiedlichen Deutungen sind möglich?

Deutungen mathematischer Objekte liegen unterschiedliche, mitgelernte *Konventionen* zugrunde, aus denen weitere mathematische Zusammenhänge *deduktiv abgeleitet* werden können. Wird beispielsweise eine offene Aufgabe zur unterschiedlichen Beschriftung eines leeren Zahlenstrahls gestellt (vgl. Söbbeke & Steenpaß

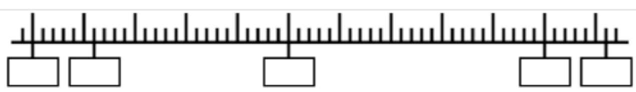

Abbildung 1: Beschriftung leerer Zahlenstrahl

2010, 226f; Abb. 1), so sind strukturelle Deutungen notwendig. Dabei können unterschiedliche *Konventionen* zur Deutung herangezogen werden. Vereinbarungen können sich auf den ersten Strich, die unterschiedliche Länge der Striche oder die Skalierung beziehen: Muss ein Zahlenstrahl immer mit der Null oder der Eins beginnen oder darf auch mit anderen Zahlen begonnen werden? Welche Zahlen dürfen an die leeren Rangplätze geschrieben werden? Welchen Konventionen liegt die Skalierung zugrunde? Welche Bedeutung bekommen die hervorgehobenen Striche? Welche Konvention hat Vorrang? Auf der Grundlage von getroffenen *Konventionen* können dann unterschiedliche mathematische *Deduktionen* erfolgen, z.B. indem Analogien innerhalb eines Zahlenstrahls oder zwischen verschiedenen Zahlenstrahldiagrammen hergestellt und zum Gegenstand des Unterrichtsgesprächs werden.

### Kommunikation über Strittigkeit

Grundschulkinder sind in ihrem Lernprozess auf den Austausch mit anderen Personen angewiesen, seien es Mitschüler, Eltern, Lehrer und auch andere, denn fundamentales Lernen erfordert neue verallgemeinernde Beziehungen zwischen vorhandenen Wissenselementen aktiv zu konstruieren und dialogisch auszuhandeln (siehe auch Miller 1986).

Der Lehrperson kommt eine wesentliche Aufgabe zu. Sie soll Unterrichtssituationen schaffen, die echte Lernprozesse initiieren:

> The teacher is viewed as providing learning situations in which students have to contribute their own potential for actively reconstructing knowledge, for establishing a personal relationship toward his knowledge (Steinbring 1994, 91).

Wie kann neues mathematisches Wissen im Unterrichtsdiskurs entwickelt werden und die Lehrperson ihren Beitrag dazu leisten, Kinder auf ihrem Weg zum autonomen Lernen zu begleiten? Bromme et al. (1990, 2f.) sprechen von einem epistemologischen Dilemma der Lehrer-Aufgabe und der Lehrer-Tätigkeit. Der Lehrer bewegt sich stets in einem Zwischenbereich zwischen dem eigenen Wissen um die Wissenschaft Mathematik und dem bereits vorhandenen Wissen der Schüler. Inwiefern sind aber die Lehrpersonen in der Lage, sich von ihren eigenen Vorstellungen und Intentionen zu lösen und für die Wissenskonstruktionen der Kinder offen zu sein? „Will der Lehrer sinnvolle Hilfen geben, so werden als Voraussetzungen eine theoriegeleitete Aufmerksamkeit gefordert und eine erhebliche Zurückhaltung und Überprüfung von rasch sich einstellenden Deutungen des auffälligen Handelns der Kinder“ (Bauersfeld 1983, 54).

Auch Schulkinder sind an sich daraus ergebende Routinen gewöhnt und nehmen unterschiedliche Deutungen häufig einfach hin. Anhand von kleinen videografierten Beispielepisoden lässt sich beobachten, dass dies nicht so sein muss. Werden Kinder dazu aufgefordert, sich über ihre Deutungen auszutauschen, lassen sie sich auch auf Deutungen anderer ein. Kevin beispielsweise begründet seine Beschriftung des Zahlenstrahls mit Bezug auf die *Konvention* der hervorgehobenen Striche („Also, ich hab hier zum Beispiel mit der Fünf begonnen, weil ich ja immer das als Zehner genommen hab.“, Abb. 2). *Deduktiv* leitet er die 55 aus dem 25er-Abstand zwischen der 5 und der 30 her („Das hier ist plus 25 und das hier ist plus 25“). Ähnliche Analogien erkennt er auch an dem zweiten den Kindern vorliegenden Zahlenstrahl (Abb. 3), indem er sagt: „Das ist auch der gleiche 25er-Abstand.“

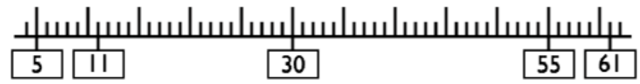

Abbildung 2: Zahlenstrahl von Kevin

Ferdi und Frank begründen die Beschriftung des Zahlenstrahls in Abbildung 3 mit Bezug auf die *Konvention*, dass der Zahlenstrahl mit der 1 anfängt. Dieser Deutung stimmt auch Kevin zu, obwohl er die Beachtung der Konvention über die Bedeutung der hervorgehobenen Striche als „logischer“ bezeichnet. Analogien sieht vor allem Frank zwischen den beiden Zahlenstrahldiagrammen (Abbildung 2 & 3), indem er darauf aufmerksam macht, dass an jedem Platzhalter die Zahl am Zahlenstrahl in Abbildung 3 plus 3 die entsprechende Zahl am Zahlenstrahl in Abbildung 2 an gleicher Stelle ergibt. Kevin erkennt diese Analogie nicht („Ich versteh das einfach nicht, was der Ferdi meint.“). In dieser Situation werden Ferdis Beiträge also nicht kollektiv akzeptiert, sondern sind insofern strittig, da in Frage steht, ob eine Deutungsweise wie sie Ferdi vornimmt, gemeinsam akzeptiert werden kann oder nicht.

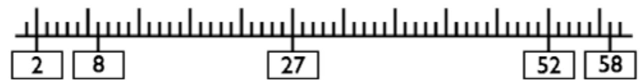

Abbildung 3: Kontrastierender Zahlenstrahl

## Fokussierende Lehrstrategien

Eine fokussierende Lehrstrategie wird als alternative mathematische Diskursform verstanden zu bekannten, kleinschrittig lenkenden Interaktionsmustern – wie dem Trichtermuster (Bauersfeld 1988) – sowie zu weitgehend offenen, eigenständig entdeckenden Lernaktivitäten der Kinder. In einer fokussierenden Interaktion lenkt die Lehrperson gezielt die Aufmerksamkeit der Kinder auf zu erkennende und zu klärende mathematische Strittigkeiten. Die Lehrerintention ist somit eine andere: die Aufmerksamkeit der Schüler auf einen kritischen Punkt des mathematischen Problems zu fokussieren, eine Frage aufzuwerfen, die dazu dient, die Diskussion an die Schüler zurückzugeben und ihnen damit die Verantwortung für die Klärung der Situation zu geben (Wood 1994). In der Szene mit Kevin und Ferdi ist es die Lehrerin, die beide Sichtweisen (+3 und +25) ins Zentrum der Aufmerksamkeit der Kinder rückt („Wir haben jetzt plus drei, plus fünfundzwanzig, dass wir das vielleicht noch mal klar kriegen.“). Sie kontrastiert die beiden deduktiven Deutungen. Dann fokussiert sie auf die beiden Zahlenstrahldiagramme durch direktes Untereinanderlegen („Dann legen wir erst mal hier das gleich untereinander.“, und weiter: „Es geht jetzt um diese zwei Zahlenstrahle, ne.“) und fordert die Kinder dazu auf, ihre Deutung zu verschriftlichen („Schreib es doch einfach mal drüber.“). Auch bereits akzeptierte Konventionen lässt sie noch einmal wiederholen („Der Zahlenstrahl fängt mit welcher Zahl an? (...) So, und der Zahlenstrahl fängt mit welcher Zahl an?“), um das Gespräch dann wieder an die Kinder zurückzugeben und sie zu erneuten Erklärungen herauszufordern („So, jetzt versuchste noch mal, Ferdi, mit anderen Worten.“). Auf der Basis interaktionstheoretischer und epistemologischer Analysen dieser und weiterer Szenen soll das theoretische Konstrukt »fokussierende Lehrstrategien« im Forschungsprojekt „ErfoLG” genauer ausgearbeitet werden.

## Literatur


Bauersfeld, H. (1983): Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. In: H. Bauersfeld u.a. (Hrsg.): Lernen und Lehren von Mathematik. Untersuchungen zum Mathematikunterricht, Band 6. Köln: Aulis Verlag Deubner, 1-56.

Bauersfeld, H. (1988): Interaction, Construction, and Knowledge: Alternative perspectives for mathematics education. In: Cooney, T. J. et al. (Eds.): Perspectives on Research on Effective Mathematics Teaching. Volume 1. Reston: NCTM, 27-46.

Bromme, R. et al. (1990): Aufgaben, Fehler und Aufgabensysteme. In: R. Bromme et al.: Aufgaben als Anforderungen an Lehrer und Schu□ler. Köln: Aulis, 1-30.

Miller, M. (1986): Kollektive Lernprozesse. Frankfurt am Main: Suhrkamp.

Söbbeke, E. & Steenpaß, A. (2010): Mathematische Deutungsprozesse zu Anschauungsmitteln unterstützen. In: Böttinger et al.: Mathematik im Denken der Kinder. Seelze: Friedrich Verlag, 216-244.

Steinbring, H. (1994): Frosch, Känguruh und Zehneru□bergang – Epistemologische Probleme beim Verstehen von Rechenstrategien im Mathematikunterricht der Grundschule. In: H. Maier et al.: Verstehen und Verständigung. Köln: Aulis, 182-217.

Steinbring, H. (2009): Ist es möglich mathematische Bedeutungen zu kommunizieren? – Epistemologische Analyse interaktiver Wissenskonstruktionen. In: Beiträge zum Mathematikunterricht.

Voigt 1990: Mehrdeutigkeit als ein wesentliches Moment der Unterrichtskultur. In: Beiträge zum Mathematikunterricht, 305-308.

Wood, T. (1994): Patterns of interaction and the culture of mathematics classrooms. In: Lerman, S. (ed.): Cultural Perspectives on the Mathematics Classroom. Dordrecht, NL: Kluwer Academic Publishers, 149-168.