

Heike HAHN, Stefanie JANOTT, Erfurt

Entwicklung der Problemlösefähigkeit – Heuristische Strategien durch geometrische Aufgaben fördern

Zentrale Aufgabe des Mathematikunterrichtes in der Grundschule ist es, Problemlösefähigkeiten von Kindern zu fördern (KMK 2004). Betrachtet man die Aufgaben, die im Unterricht zum Einsatz kommen, ist eine Konzentration auf Text- bzw. Sachaufgaben mit zumeist arithmetischen bzw. stochastischen Inhalten zu erkennen (u.a. Rasch 2001). Zudem konnten wir im Mathematikunterricht beobachten, dass die Bearbeitung von Problemaufgaben durch Schüler mit mittlerem bzw. niedrigerem Leistungsniveau nach kurzer Zeit oft wieder abgebrochen oder gar nicht erst begonnen wird. Diese Gegebenheiten haben uns veranlasst, weitere Möglichkeiten für die Entwicklung von Problemlösefähigkeiten zu erschließen. In der Aufbereitung geometrischer Inhalte sehen wir dabei besondere Potenziale.

Geometrische Aufgaben sind zur Förderung der allgemeinen mathematischen Kompetenz des Problemlösens geeignet, weil sie

- ein Bearbeiten auf einer anschaulichen Ebene möglich und somit Ansätze für die Problemlösung unmittelbar sichtbar machen.
- Die Geometrie weist wie kein anderer Bereich einen Reichtum an anschaulichen Problemen mit unterschiedlichen Schwierigkeitsniveaus auf. Die „Gewinnung von Anschauung als universelles Bildungsziel“ (Winter 1997) unterstreicht die Bedeutung dieses Inhaltsbereiches für die Umsetzung der Kompetenzanforderung.
- über Potenzial für das Bewusstmachen heuristischer Strategien und Prinzipien zur Aufgabebearbeitung verfügen.
- Geometrische Problemaufgaben können genutzt werden, um heuristische Strategien und Prinzipien wie das (systematische) Probieren, Beispiele betrachten, Analogien herstellen u.a. herauszuarbeiten und an erfolgreich gelösten Aufgaben musterhaft für andere geometrische Aufgaben oder sogar für andere Bereiche bewusst zu machen.
- bezogen auf das Vorwissen, welches zur Aufgabebearbeitung nötig ist, nicht ganz so stark auf verfügbare Kenntnisse und Fähigkeiten angewiesen sind, wie vergleichsweise Problemaufgaben mit arithmetischem Inhalt.
- Diese Einschätzung ist im Zusammenhang mit der Sprache zu betrachten, mit der geometrische Inhalte bezeichnet oder beschrieben werden. Thom konnte zeigen, dass die Sprache der Geometrie eine na-

türliche ist, die immer ihre anschauliche Bedeutung behält (Thom in Wittmann 1999). Zudem ist das geometrische Basiswissen im Umfang überschaubarer und in der anwendungsbezogenen Nutzung keiner so starken Hierarchie unterworfen wie arithmetische Inhalte.

Die Bearbeitung der Problemaufgaben erfolgt nach einem dafür entworfenen Unterrichtskonzept, das in drei Phasen untergliedert ist: In einer ersten Unterrichtsphase werden die Schüler mit einer kurzen Rahmengeschichte in die Problemstellung eingeführt. Im Unterrichtsgespräch wird herausgearbeitet, was genau das Problem ist. Diese Phase ist von besonderer Bedeutung, weil ein Schüler nur dann mit einer Problembearbeitung beginnt, wenn er das Problem auch verstanden hat. Anschließend folgt eine individuelle Arbeitsphase, in der jedes Kind Zeit hat, das Problem auf seine Weise zu bearbeiten und wenn möglich zu lösen. Diese Unterrichtsphase ist dem Prinzip der minimalen Hilfe verpflichtet. Zudem werden die Schüler angehalten, ihre Überlegungen zum Vorgehen zu verschriftlichen, um bei der Aufgabenreflexion darauf zurückgreifen zu können. Aufgabenpräsentation und -reflexion sind Gegenstand der dritten Unterrichtsphase. In einem Gespräch werden verschiedene Vorgehensweisen sowie Aufgabenlösungen thematisiert bzw. vorgestellt. Jedes Kind entscheidet selbst, ob und was es vortragen möchte. Durch die Lehrkraft wird das Gespräch genutzt, um Vorgehensweisen im Sinne bestimmter heuristischer Strategien oder erfolgreicher Ansätze zur Aufgabenlösung hervorzuheben. Dadurch können sowohl heuristische Strategien bewusst gemacht und begrifflich bezeichnet als auch ein Beitrag zur Ausbildung metakognitiver Strukturen geleistet werden. Letztere werden durch die Metakommunikation im Reflexionsgespräch gefördert. Durch die Würdigung von Problembearbeitungen bzw. bestimmten Vorgehensweisen erlangen die Schüler positive Erfahrungen mit erfolgreichen Bearbeitungsansätzen oder Problemlösungen, die für weitere Problemlöseprozesse motivationsfördernd sind.

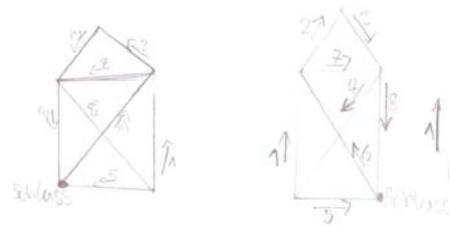
Die Problemaufgaben, die im Rahmen der Erprobung im Mathematikunterricht 3. und 4. Klassen zum Einsatz kommen, lassen sich zumeist materialgestützt oder anschaulich bearbeiten (z.B. durch Ausschneiden oder Ausmalen von Figuren, durch Zeichnen oder Messen). Sie greifen unterschiedliche geometrische Inhalte auf, wie beispielsweise Flächenvergleiche, Wege und Netze, Symmetrien oder geometrische Muster (vgl. Hahn & Janott 2010). Die Aufgaben sind in ein Gesamtkonzept so eingeordnet, dass mathematische Inhalte und Bearbeitungsweisen in Form heuristischer Strategien wiederholt vorkommen.

Im Folgenden werden wir anhand von einem Aufgabenbeispiel illustrieren, welcher Art die geometrischen Problemaufgaben sind und wie sie Schüler

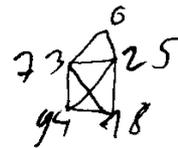
bearbeitet haben. Dabei geht es darum, ihr Potenzial zur anschauungs- oder materialgebundenen Aufgabenbearbeitung sowie die von den Schülern vorgenommenen Darstellungsarten in ihrer Vielfalt aufzuzeigen.

Eine geometrische Problemaufgabe bestand darin, verschiedene Möglichkeiten vom „Haus vom Nikolaus“ zu zeichnen und die jeweilige Vorgehensweise kenntlich zu machen.

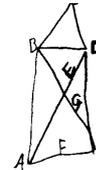
Pascal hat die Linien mit Pfeilen für die Zeichenrichtung versehen und nummeriert, um deren Folge zu veranschaulichen. So findet er verschiedene Varianten für das Zeichnen des Nikolaushauses. Seine ersten beiden Häuser bilden zueinander symmetrische Linienzüge ab. Der Schüler hat demnach den symmetrischen Aufbau der Figur erkannt.



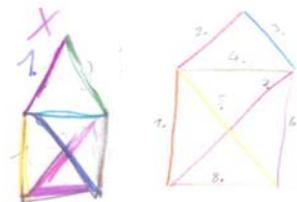
Vincent beschriftet die Ecken mit Nummern. Sie geben die Folge der gezeichneten Linien an.



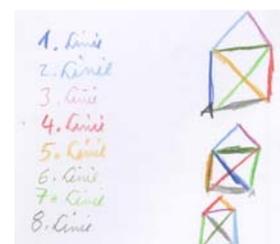
Philip verwendet Buchstaben in der Folge des Alphabetes, um die Reihenfolge der gezeichneten Linien zu markieren.



Holly und Gina haben für die einzelnen Wörter bzw. Silben des Spruches verschiedene Farben gewählt und so unterschiedliche Varianten für das Zeichnen des Nikolaushauses veranschaulicht. Während es für Holly schließlich ausreichend ist, mit Farben zu arbeiten, ergänzt Gina zudem noch Nummern an den Linien.



Hannes fertigt eine Legende an: Er notiert, welche Linie des Linienzuges er in welcher Farbe zeichnet.



Leonie hat besonderen Wert darauf gelegt, Anfang und Ende des Linienzuges hervorzuheben; sie markiert diese Punkte deutlich. Leonie wechselt während der Bearbeitung die Strategie: Sie beginnt damit, die verschiede-

nen Linien mit unterschiedlichen Farben zu zeichnen, was sie im weiteren Verlauf der Bearbeitung sein lässt. Stattdessen nimmt sie nun für jeden neuen Versuch des Nikolaushauses eine neue Farbe und veranschaulicht den Linienzug durch Pfeile.



Die vorgestellten Problemaufgaben haben Dritt- und Viertklässler probierend gelöst. Dass das Probieren eine bedeutsame heuristische Strategie ist, sei an dieser Stelle nochmals betont. Von besonderem Interesse für die Entwicklung der Problemlösefähigkeit sind die von den Kindern praktizierten Vorgehensweisen, die praktisch-handelnd in Kombination mit einer zeichnerischen Darstellung erfolgten. Sie haben zu anschaulichen Problemlösungen geführt. In der Gesamtheit zeigen die unterschiedlichen Darstellungsvarianten die Vielfalt und Differenziertheit anschaulicher Problemlösungen.

Literatur

- Hahn, Heike & Janott, Stefanie (2010): Heuristische Strategien durch geometrische Aufgaben fördern. Tagungsband GDM
- KMK (2004): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich
- Rasch, Renate (2001): Zur Arbeit mit problemhaltigen Textaufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. Hildesheim: Franzbecker
- Winter, Heinrich (1997): Mathematik als Schule der Anschauung oder: Allgemeinbildung im Mathematikunterricht des Gymnasiums. Bielefeld: IDM Paper 163, S. 27 – 68
- Wittmann, Erich Ch. (1999): Konstruktion eines Geometrieunterrichts ausgehend von Grundideen der Elementargeometrie. In: Mathematik lernen durch Handeln und Erfahrung. Festschrift zum 75. Geburtstag von Heinrich Besuden. Hrsg. Herbert Henning, Oldenburg: Bültmann & Gerriets, S. 205 – 223