

Horst HISCHER, Saarbrücken

## „Vernetzung“ als Bildungsanspruch?

Allenthalben wird in Presse und Wissenschaft von „Vernetzen“ und „Vernetzung“ gesprochen und geschrieben – auch in der Didaktik der Mathematik. Insbesondere drängt sich in der Literatur und bei vielen Vorträgen der Eindruck auf, dass man, wenn von „Vernetzen“ die Rede ist, meist ohne jeden Qualitätsverlust stattdessen von „Verbinden“ sprechen kann. Nun steht aber „Verbinden“ durchaus in der Tradition von Freudenthal, Wittenberg und E. Chr. Wittmann, wenn diese nämlich einen **beziehungshaltigen Unterricht** fordern. Der Terminus „Vernetzen“ wäre dann in Umkehrung von Matthäus 9, 17 nur „*alter Wein in neuen Schläuchen*“ – das klingt zwar gut, ist aber nach Fritz Erler „reziprikativ“ (vgl. [Hischer 2010, 4]) und bringt uns in der Wissenschaft nicht wirklich weiter, es sei denn, dass mit „Vernetzen“ tatsächlich ein *Bildungsanspruch* einhergeht, der mit dem „Verbinden“ noch nicht erfasst wird und *der über die teilweise nur statisch interpretierbare „Beziehungshaltigkeit“ erkennbar hinausweist*. Das soll im Folgenden andeutungsweise erläutert werden (vgl. [Hischer 2010]).

### 1 Grundlegendes: Netz, Netzgraph, Netzwerk, soziales Netzwerk

Dem „Vernetzen“ liegt etymologisch das „Netz“ zugrunde. Eine Analyse der hiermit verbundenen Alltagsvorstellungen führt zu einer Definition von „**Netz im pädagogisch-didaktischen Kontext**“, was hier nur angedeutet sei (ausführlich in [Hischer 2010, 59 ff.]): Ein *materielles Netz* wie beispielsweise ein Fischernetz kann als maschenartiges Gebilde aufgefasst werden, das aus Kanten und Knoten zu bestehen scheint. Betrachten wir z. B. in der Mathematik Definitionen, Sätze, Beispiele usw. als *Knoten* und Zusammenhänge bzw. Beziehungen zwischen diesen als *Kanten*, so liegt es nahe, diese in ihrer Gesamtheit als **Bestandteile** eines *abstrakten Netzes* aufzufassen. Allerdings ist ein solches „Netz“ für sich genommen im pädagogisch-didaktischen Kontext uninteressant, weil es dort nämlich um *Menschen* geht, die damit umgehen, also etwa um die Schülerinnen und Schüler, die als **Benutzer** des Netzes gewissermaßen dessen *Inhalt* bilden und sich durchaus in den Maschen dieses Netzes „verfangen“ können. Dieser Prozess der Netzbenutzung wird ferner meist von „außerhalb“ durch **Betrachter** wahrgenommen und ggf. von diesen gesteuert, beispielsweise durch die Lehrerinnen und Lehrer. – Diese Netzdefinition besteht aus drei, hier nicht näher beschriebenen Aspektgruppen: (1) *Zweck-Aspekte* bezüglich der Bestandteile, Benutzer und Betrachter; (2) *Handlungs-Aspekte* für dessen Benutzer („Vernetzen“, „vernetztes Denken“, „vernetztes Denken“); (3) *Zustands-Aspekte* („Vernetzt-Sein“, „Im-Netz-Sein“).

Während ein materielles, „greifbares“ Netz mathematisch bei Bedarf oft als *Graph* beschreibbar ist, der aus Kanten und Knoten besteht, scheint dies nach dem hier vorliegenden Ansatz für ein „Netz“ im pädagogisch-didaktischen Kontext unpassend zu sein. Vielmehr liegen zunächst Assoziationen mit dem soziologischen „System“ nahe (bei dem ebenfalls die „Betrachter“ eine wichtige Rolle spielen). Dennoch benötigt man hier den Systembegriff nicht: So bieten sich zur strukturellen Beschreibung der *Bestandteile* (den „Knoten“ und ihren „Verbindungen“, genannt „Kanten“) sog. „einfache“ („mehrfachkantenfreie“) Graphen an, die man sich überlagert bzw. kombiniert denken kann, um auf diese Weise ggf. vorhandene Mehrfachkanten zu erfassen. Die (ebenfalls vielfältig denkbaren) Beziehungen der *Benutzer* zu den Knoten der Bestandteile (oder zu deren Verbindungen) und der Benutzer untereinander lassen sich dann bei Bedarf durch weitere Graphen beschreiben. Hinzu kommen noch Beziehungen der *Betrachter* untereinander, zu den Benutzern und zu den Bestandteilen, so dass etliche Graphen vorliegen können, die insgesamt in ihrer Kombination ein *Netz im pädagogisch-didaktischen Kontext* ausmachen. Das führt dazu, in einem ersten Schritt *spezielle einfache Graphen* für das *graphentheoretisch „Innerste“ der Netze* (nämlich für ihre *Bestandteile*) axiomatisch zu charakterisieren:

Im *idealtypischen Fall* ist dies ein **Netzgraph** als endlicher, zusammenhängender Graph, bei dem jede Kante „Teil einer Masche“ ist, ergänzt durch die sinnvolle Zusatzforderung, dass jeder Knoten mindestens den Grad 3 hat. In Netzgraphen gibt es damit *zwischen je zwei Knoten stets mindestens zwei verschiedene Wege*. Ein endlicher, „maschenhaltiger“ Graph (der also mindestens eine Masche enthält) heißt **Netzwerk** und ist eine Bezeichnung für das strukturelle Ingesamt der Bestandteile eines Netzes im pädagogisch-didaktischen Kontext (s. o.). Damit ist jeder Netzgraph ein spezielles Netzwerk. (Die Bezeichnung „Netzwerk“ ist auf zusammenhängende Graphen beschränkbar, was in einer entsprechenden Theorie zu erörtern wäre.) Benutzer und Betrachter können jeweils ein **soziales Netzwerk** bilden: Zwei Knoten (z. B. zwei Benutzer) sind genau dann durch eine Kante verbunden, wenn sie Mitglied derselben „Zugehörigkeitsgruppe“ sind (z. B. Freundschafts- oder Interessengruppe), wobei jeder Gruppentyp ein eigenes soziales Netzwerk generiert. Soziale Netzwerke sind (hinsichtlich eines Gruppentyps) mathematisch als **bipartite Graphen** („zweigeteilte Graphen“) darstellbar, bei denen also ihre Knotenmengen in zwei Teilmengen derart zerlegbar sind, dass jede dieser Teilmengen kantenfrei ist und Kanten somit nur zwischen den Knoten verschiedener Teilmengen existieren. „Soziale Netze“ sind keine „sozialen Netzwerke“, sondern „Netze“ mit Bestandteilen (Gesetze, Verordnungen, Versicherungen, ...), Benutzern (Bürger) und Betrachtern (Legislative, Exekutive, Jurisprudenz, Bürger, ...).

## 2 Vernetzungsgradmaße, Kleine Welten, Naben, Netzwerkstabilität

Das „Vorliegen eines Netzgraphen“ ist ein *qualitatives Maß* für das Vorliegen einer Vernetzung. Aber auch Netzwerke können als „vernetzt“ angesehen werden, enthalten sie doch mindestens eine Masche. Daher benötigt man auch ein *quantitatives Maß*, genannt „Vernetzungsgrad“, deren in der sog. „Netzwerkanalyse“ der letzten beiden Jahrzehnte mehrere eingeführt worden sind, insbesondere: *mittlerer Knotenabstand*, *Clusterkoeffizient*, *mittlerer Knotengrad* und *Durchmesser* des Graphen (vgl. [Hischer 2010, Kap. 5]). Diese sog. *Netzwerkstatistiken* können sowohl in ihrer Gesamtheit als auch in ihrer Verschiedenartigkeit zur Beurteilung der jeweils konkreten „Vernetzungsgüte“ herangezogen werden. So bildet ein konkretes Netzwerk z. B. eine sog. „Kleine Welt“, falls der mittlere Abstand zwischen zwei beliebigen Knoten „klein“ ist und sich auch bei Anwachsen des Netzwerks kaum ändert (vgl. das Phänomen „Six degrees of separation“). Das Entstehen Kleiner Welten wird durch Bildung sog. „Naben“ begünstigt, also Knoten mit (im Vergleich zu den restlichen Knoten) extrem hohem Knotengrad. Das ist im Zusammenhang mit der „Stabilität“ eines Netzwerks zu sehen: Ein solches Netzwerk ist relativ stabil gegenüber der zufälligen Zerstörung von Knoten, jedoch extrem anfällig gegenüber der gezielten Zerstörung von Naben. Entsprechende Netzwerk-Modelle wurden eindrucksvoll empirisch bestätigt, z. B. sowohl beim Internet (einem ungerichteten Graphen) als auch beim WWW (einem gerichteten Graphen).

## 3 Verbindung, Verzweigung, Vernetzung und das „Netz-Dilemma“

**Verbindung:** Zwei *Knoten* eines Graphen heißen genau dann *verbunden*, wenn zwischen ihnen (mindestens) ein Weg existiert. | **Verzweigung:** Ein zusammenhängender *Graph* heißt genau dann *verzweigt*, wenn je zwei verschiedene Knoten durch *genau einen Weg* verbunden sind. | **Starke Vernetzung:** Ein *Graph* heißt genau dann *stark vernetzt*, wenn er ein Netzgraph ist. | **Schwache Vernetzung:** Ein *zusammenhängender Graph* heißt genau dann *schwach vernetzt*, wenn er weder verzweigt noch stark vernetzt ist. | **Vernetzung:** Ein *Graph* heißt genau dann *vernetzt*, wenn er entweder schwach vernetzt oder stark vernetzt ist. — Damit folgt u. a.: Genau in *zusammenhängenden* Graphen sind *je zwei Knoten verbunden*. | „Verzweigter Graph“ und „Baum“ ist dasselbe. | Bäume sind nicht vernetzt.

Kießwetter wies 1993 darauf hin, dass unser *Handeln* grundsätzlich in der Zeit stattfindet (vgl. [Hischer 2010, 185 ff.]) – und damit ist dieses Handeln „*linear*“ und *nicht vernetzt*. So liegt also anscheinend eine fatale Situation vor, die „**Netz-Dilemma**“ genannt sei und die wie folgt beschreibbar ist:

Man kann zwar ggf. „vernetzend denken“, aber nur „monokausal handeln“.

#### 4 „Vernetzender Unterricht“ und „Offenheit“

Bereits Klafki forderte 1985 die Entwicklung der Fähigkeit zu „vernetzendem Denken“ und begründete das mit soziologisch-ökonomischen Befunden unserer Welt: „*alles mit allem*“ *verknüpfen, vielfältige Verflechtungen, Wirkungszusammenhänge*. Die ersten beiden sind idealtypisch mit einem Netzgraphen beschreibbar, und der dritte bedeutet die Modellierung durch einen gerichteten Graphen. Bei der Erörterung der Schlüsselprobleme betont Klafki „*unterschiedliche Wege zur Lösung*“ und „*verschiedene Antworten auf die Frage nach Lösungen*“ im Zusammenhang mit einer „*Offenheit der Vorgehensweise*“ (auch im Unterricht), womit klar wird: „*Offenheit*“ und „*Vernetzung*“ gehören in pädagogischer Sicht zusammen. Ein „*Vernetzender Unterricht*“ führt zu Aufgaben für die *Betrachter* (insbes. Lehrpersonen) in Bezug auf die Betreuung der *Benutzer* (insbes. Schülerinnen und Schüler) beim Umgehen mit den *Bestandteilen* eines Netzes. Als *Knoten* sind das z. B. *Themen, Ideen, Begriffe, Definitionen, Vermutungen*, aber auch *Beispiele* und *Übungsaufgaben*. Als *Kanten* sind Beziehungen zwischen diesen Knoten denkbar: *logische* im Sinne des Folgerns bzw. des Folgens, aber auch *emotionale* des Entdeckens, Erlebens, Irrrens, Ratlosseins usw., die in ihrer Gesamtheit zu einer individuellen lernpsychologischen „*Verankerung*“ (der Knoten) beitragen (können). Bereits zur Erfassung bzw. Beschreibung der *Bestandteile* eines Netzes im pädagogisch-didaktischen Kontext können also unterschiedliche Graphen als „*sich überlagernde Netzwerke*“ auftreten. Hierbei sollten Aspekte der Netzwerkanalyse beachtet werden: *Kleine Welten, Naben* und *Stabilität*.

#### 5 Vernetzung als Medium zur Weltaneignung

Im pädagogisch-didaktischen Kontext treten Medien in mehreren Rollen auf: als *Vermittler von Kultur*, als *dargestellte Kultur*, als *Werkzeuge oder Hilfsmittel zur Weltaneignung*, als *künstliche Sinnesorgane* oder als *Umgebungen bei Handlungen*, was wie folgt zusammenfassbar ist: *In und mit Medien setzt der lernende und erkennende Mensch seine Welt und sich selbst in Szene*. Mit Klafkis zitierter „*Bereitschaft und Fähigkeit zu vernetzdem Denken*“ zeigt sich: *Durch vernetzendes Denken (und damit durch „Vernetzung“)* *setzt der lernende und erkennende Mensch seine Welt und sich selbst in Szene*. Somit tritt „*Vernetzung*“ im vorliegenden Kontext mit einem hohen Bildungsanspruch auf und nicht nur als gefällige Floskel:

- Vernetzung begegnet uns als Medium zur Weltaneignung.

#### Literatur

Hischer, Horst: Was sind und was sollen Medien, Netze und Vernetzungen? — Vernetzung als Medium zur Weltaneignung. Hildesheim: Franzbecker, 2010.