

Thomas JANSSEN, Bremen

## **Epistemische Aufbauhandlungen und die Konstruktion mathematischen Wissens. Theoriweiterentwicklung durch Vergleich zweier Modelle**

Die Konstruktion mathematischen Wissens kann aus Lehrersicht darin bestehen, eine Schülerin in ihrem individuellen Lernprozess zu unterstützen, oder darin, mit der ganzen Klasse einen Lernfortschritt zu erzielen. Diese beiden Sichtweisen werden durch das individuell-mentale RBC-Modell (Schwarz & al. 2009) einerseits und das sozial-konstruktivistische SVSt-Modell (Bikner-Ahsbahs 2005) andererseits repräsentiert. Ziel der hier vorgestellten Masterarbeit war es, die Beschreibungen der beiden Modelle zu verfeinern, auch um so Möglichkeiten ihrer Vernetzung zu eruieren.

### **1. Theoretischer Hintergrund und Fragestellung**

Beide Modelle verstehen Wissenskonstruktion als einen Prozess, der sich in epistemischen Handlungen vollzieht:

<b>RBC-Modell</b>	<b>SVSt-Modell</b>
Recognizing	Sammeln
Building-with	Verknüpfen
Constructing	Struktursehen

Die unmittelbare Gegenüberstellung sollte nicht darüber hinwegtäuschen, dass die Handlungen grundlegend verschieden zu verstehen sind. Das RBC-Modell geht von ineinander verschachtelten individuellen, mentalen Handlungen aus. Recognizing bedeutet, dass ein bestimmtes mathematisches Konstrukt als in der vorliegenden Situation relevant wiedererkannt wird. So wiedererkannte Konstrukte können zu einem bestimmten Ziel zusammengefügt werden und so gegebenenfalls zu neuen Konstrukten führen.

Die Handlungen des SVSt-Modells dagegen sind als kollektive Handlungen zu denken. Es lassen sich demnach Sequenzen rekonstruieren, in denen die Schüler kleinste Sinneinheiten sammeln. Verknüpfen bedeutet dann, dass in begrenztem Umfang Zusammenhänge hergestellt und Schlüsse gezogen werden. Von Struktursicht ist dann die Rede, wenn solchen Zusammenhängen eine allgemeinere Gültigkeit zuerkannt wird.

In meiner Arbeit beschränkte ich mich auf eine intensive Analyse der Aufbauhandlungen Building-with und Verknüpfen. Es sollte untersucht werden, unter welchen Bedingungen sie auftreten und wie sich der Lernprozess

unterstützen lässt. Im Vergleich sollte sich dann zeigen, inwiefern sich die Modelle unterscheiden beziehungsweise ergänzen.

## 2. Methodischer Überblick

Grundlage der Untersuchung waren Videotranskripte, die im Rahmen des israelisch-deutschen Vernetzungsprojekts „Effective Mathematical Knowledge Construction in Interest-Dense Situations“<sup>1</sup> erhoben wurden. Zwei Schülerpaare bearbeiteten eine Lernumgebung zu einer Kettenbruchentwicklung (links), die Wissenskonstruktion wie in den beiden Modellen beschrieben ermöglichen sollte. Nachdem die epistemischen Handlungen in einem an die Semiotische Sequenzanalyse von Bikner-Ahsbahs (2006) angelehnten Verfahren identifiziert wurden, konnte ich anhand von Schlüsselszenen Hypothesen zu den Bedingungen der Einleitung und Fortführung der Aufbauhandlungen und zu ihrem Beitrag zur Wissenskonstruktion entwickeln. Diese Hypothesen bildeten die Grundlage für den Vergleich der Modelle.

## 3. Ergebnisse

Die Analysen ergaben Hypothesen unterschiedlicher Reichweite – hier sollen zwei zentrale und gut belegte Erkenntnisse anhand exemplarischer Transkriptausschnitte (so angepasst, dass sie intuitiv lesbar sind) vorgestellt werden. Sie betreffen einerseits die Art und Weise, wie sich in den epistemischen Aufbauhandlungen auf zuvor erworbene Inhalte bezogen wird, andererseits die Bedeutung der Ziele, unter denen sie durchgeführt werden.

### *Bezugnahme auf Inhalte*

In der im Folgenden dargestellten Transkriptstelle wird deutlich, in welcher unterschiedlicher Weise sich der individuelle und der kollektive Wissenskonstruktionsprozess (bei der Berechnung von  $f(5)$ ) auf bekannte Inhalte (die Berechnung von  $f(4) = 11/5$  und  $f(3) = 5/3$ ) beziehen:

S: (unterbricht) Das heißt das ganze untere (*zeigt auf die Rechnung zu  $f(4)$* ) sind elf Fünftel das heißt... (*zieht das Blatt etwas zu sich*) eins... plus zwei durch elf Fünftel. (2 sec)

K: Ä-h-m...

S: (unterbricht) Hab ich auch em Mein erster Schritt (*zeigt erst auf "5/3" in der Rechnung zu  $f(3)$ , dann auf die Rechnung zu  $f(2)$* ) Diese fünf Drittel hatten wir (unverständlich) hier.

---

<sup>1</sup> Dieses Projekt wird gefördert von der “German-Israeli Foundation for Scientific Research and Development”, grant 946-357.4/2006.

K: J-a- stimmt.

Dass sich im Building-with auf Inhalte bezogen wird, ist durch die Verschachtelung der Handlungen im RBC-Modell vorgegeben. Hier zeigt sich jedoch eine weitergehende Bedeutung von spezifischen Inhalten, ohne die ein bestimmter Building-with-Prozess sich nicht durchführen lässt: Sören hat hier offensichtlich einen Vorsprung gegenüber Karl, weil er den vorherigen Kettenbruch in  $f(5)$  wiedererkennt. Wenn eine Lehrerin also einem Schüler bei einer bestimmten Aufbauhandlung helfen möchte, so sollte sie die dazu benötigten Inhalte antizipieren und bereitstellen.

Auch in der sozialen Sicht auf Prozesse der Wissenskonstruktion zeigt sich eine Inhaltsbezogenheit, die über die bisherige Beschreibung des SVSt-Modells hinausgeht: So sind kollektive Sammelhandlungen offenbar *notwendige* Voraussetzung für kollektives Verknüpfen: Um Karl zu vermitteln, welchen Zusammenhang er sieht, braucht Sören die gemeinsam berechneten Werte. Für die Organisation von Unterricht, der kollektive Verknüpfungen ermöglichen soll, bedeutet dies, dass der Lerngruppe Zeit gegeben werden muss, eine hinreichende gemeinsame Basis aufzubauen.

### *Ziele epistemischer Aufbauhandlungen*

Die Rolle die Ziele bei der Ausgestaltung der epistemischen Aufbauhandlungen lässt sich anhand folgender Szene illustrieren. Die Schüler sind hier aufgefordert, ein Muster zur Fortsetzung der Folge zu benennen.

K: Um von ein Term zum nächsten zu komm Genau das hattn wir ja schon gesagt imma jeweils das Ergebnis vom... ersten Term... oder vom vorherigen Term...

Ähm...

S: Ja...

K: Setzt man ein. Ähm... (3 sec) Wie sacht man das denn Das Ergebnis vom Vorherigen (*streicht die Bänder seiner Zipperjacke glatt*) (1 sec) Term... (*schüttelt den Kopf leicht*) (2 sec)

S: (*gestikuliert mit dem Stift in der Hand*) Mm... man setzt... (1 sec) f Wir könns ja mal ganz... sachlich (*greift mit den Armen in Richtung der leeren Blätter, nimmt aber keins, zieht das bereits beschriebene Notizblatt zu sich*) Ham wir das nicht auch...

/K: (*gleichzeitig, daher unverständlich*)

S: f x... (*klopft mit dem Stift zweimal auf den Tisch*) gleich eins... (*gestikuliert mit dem Stift in der Luft*) (2 sec) (*schiebt das Notizblatt wieder in die Mitte, I beugt sich nach vorne, legt seine Hand kurz neben das Aufgabenblatt, macht ein Geräusch*) Eins plus... zwei durch (*macht eine horizontale Handbewegung in der Luft*) f x minus eins. (2 sec)

K: (*schaut auf die Blätter*) Mm... wie meinst du das? was?

I: (*schaut S an, klopft mit der Hand auf das Notizblatt*) Du kannst hier ruhig äh gerne weiter schreiben (*S setzt den Stift an, K schaut dabei zu*) und dann nachher hier das eintragen was ihr (unverständlich) da hinschreiben wollt. (*S schreibt "1.2" auf das Notizblatt unter die Rechnung zu 1.1*)

S: Das ja theoretisch... (*schreibt " $f(x)=1+2/f(x-1)$ "*) f x (1 sec)

K: Ah ja genau.

Es zeigt sich, dass Building-with nicht nur auf ein Ziel ausgerichtet ist, sondern das Ziel vielmehr den Prozess prägt: Schüler mit unterschiedlichen Zielen (hier: Karls verbale vs. Sörens formale Beschreibung) werden unterschiedliche Aufbauhandlungen durchführen. Daher sollten Schüler befähigt werden, sich ihre Ziele bewusst zu machen und mit anderen abzustimmen.

Im SVSt-Modell wird deutlich, dass die Ziele in der sozialen Interaktion emergieren, und zwar durch Aushandlungen. Schüler müssen lernen, diese sozialen Prozesse mitzugestalten, um sie als Ressource nutzen zu können (vgl. dazu auch Bikner-Ahsbahs in diesem Band).

#### **4. Fazit und Ausblick**

Das RBC-Modell liefert also genaue Beschreibungen des mentalen Prozesses der Wissenskonnstruktion: Was braucht die Schülerin, wo will sie hin? Das SVSt-Modell hingegen präzisiert die soziale Verortung des Lernens: Das Soziale ist nicht nur Kontext, sondern Ressource.

Individuelle Prozesse der Wissenskonnstruktion wirken also im Sozialen, und das Soziale wirkt beim Individuum. Hier setzt mein Promotionsvorhaben an, in dem ich mich damit beschäftigen werde, wie algebraischer Struktursinn (u.a. Hoch & Dreyfus 2010) im Klassenverband vermittelt werden kann.

#### **Literatur**

Bikner-Ahsbahs, A. (2005): Mathematikinteresse zwischen Subjekt und Situation. Theorie interessendichter Situationen – Baustein für eine mathematikdidaktische Interestheorie. Hildesheim, Berlin: Franzbecker.

Bikner-Ahsbahs, A. (2006): Semiotic Sequence Analysis – Constructing Epistemic Types Empirically. In: J. Novotná & al. (Hrsg.): Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education., Bd. 2, 161-168.

Hoch, M., Dreyfus, T. (2010): Developing Katy's Algebraic Structure Sense. In: V. Durand-Guerrier & al. (Hrsg.): Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, 529-538.

Schwarz, B. B., Dreyfus, T., Hershkowitz, R. (2009): The Nested Epistemic Actions Model for Abstraction in Context. In: B. B. Schwarz & al. (Hrsg.): Transformation of Knowledge Through Classroom Interaction. London: Routledge, 11-41.