

Gert KADUNZ, Klagenfurt

## **Sagen und Zeigen**

Arbeiten zur Verwendung von Semiotik in der Mathematikdidaktik behandeln auch die Bedeutung des Visuellen für das Lernen von Mathematik. Beispielhaft sei auf Arbeiten unter dem Titel des diagrammatischen Denkens verwiesen (vgl. Dörfler, 2006; Kadunz, 2006). Dort wird über die Bedeutung von Diagrammen zur Gewinnung neuen mathematischen Wissens berichtet. Dieser diagrammatischen Verwendung des Visuellen kann ein weiterer Verwendungsaspekt zur Seite gestellt werden, nämlich das Zeigen (das Deiktische) beim Lernen von Mathematik, das von unterschiedlichen Positionen aus betrachtet wird. So untersucht beispielsweise Melanie Huth (vgl. Huth in diesem Sammelband) von kognitionspsychologisch – semiotischer Seite dieses Phänomen. Eine andere Verwendung des Wortes Index findet sich in aktuellen Überlegungen von Willi Dörfler (vgl. Dörfler in diesem Sammelband). Mein Beitrag stellt nun eine ergänzende Sichtweise dar, wobei in den nachfolgenden Ausführungen das Zeigen oder besser die Bedeutung des Zeigens von drei Positionen aus skizzenhaft beleuchtet wird. Einführend berichtet mein Text knapp vom Zeigen aus semiotischer Sicht. Ein kulturwissenschaftlicher Ansatz zeigt dann die Entwicklung der Bedeutung des Zeigens in der Tradition des abendländischen Denkens. Zuletzt wird ein linguistisch orientierter Blick auf das Zeigen geworfen. Eine Illustrierung der vorgelegten Überlegungen durch videobasierte Daten, wie es im Rahmen eines Vortrages auf der Bundestagung in Freiburg geschah und wo auch das Verhältnis von Sagen und Zeigen exemplarisch vorge stellt wurde, ist aus Platzgründen leider nicht möglich.

### **1. Eine semiotische Position**

Nimmt man diesen Standpunkt ein – hier im speziellen die Semiotik des C.S. Peirce – so sehen wir bei Peirce das „zeigende Zeichen“ als Index in der berühmten Dreiteilung Ikon, Index und Symbol. Kriterium für Peirce in seiner Einteilung der Zeichen ist die Beziehung zwischen Zeichen und Bezeichnetem. Ist nun ein Zeichen ein indexikalisches Zeichen (ein Zeichen wird als Index verwendet), so besteht im Sinne dieses Gebrauchs zwischen Zeichen und Bezeichnetem eine unmittelbare Beziehung. Die Deutung dieser Beziehung ist allerdings nicht reflektierend, sondern unmittelbar reagierend. „Der Index ist mit seinem Objekt physisch verbunden“ (vgl. Nöth, 2000, S.185). Dieses Objekt ist bei indexikalischer Zeichenverwendung ein einzelnes individuelles Objekt. Ein Index lenkt unsere Aufmerksamkeit, er vermittelt aber vorerst keine neue Einsicht. Als Beispiele seien genannt: Spuren, der berühmte Wetterhahn, Rauch oder einfach ein Richtungspfeil.

Solchen gleichsam natürlichen Indizes stellt Peirce Indizes zur Seite, die man als „künstlich“ bezeichnen kann. So sind etwa Beschriftungen in geometrischen Konstruktionen Indizes, welche auf Strecken, Geraden etc. verweisen. Die Sprache selbst enthält in diesem Sinne eine Reihe von möglichen Indizes. Das sind jene Worte, die unmittelbar auf etwas hinweisen. „Hier“, „dort“ sind Worte der deutschen Sprache, die indexikalisch verwendet werden können. Es wäre nicht der Ansatz von Peirce, wenn die eben genannte Sicht auf Indizes nicht noch verfeinert werden könnte. Ich notiere dies, da sich Peirce hier um die Beschreibung der Entstehung neuen Wissens bemüht. Peirce unterscheidet genuine von degenerierten Indizes (vgl. Nöth, 2000, S.186f). Genuine Indizes stehen mit dem bezeichneten Objekt in „existenzieller“ Beziehung. So können etwa physikalische Kausalitätsbeziehungen (natürliche Anzeichen) zur Entdeckung neuer Tatsachen führen. Die Betrachtung des Wetterhahns zeigt nicht nur, dass sich der Wind gedreht hat, sondern lässt auch den Schluss auf die Richtung des Windes zu. Notwendig für eine solche Erkenntnis ist die Vertrautheit mit der Beziehung zwischen einem genuin verwendetem Index und dem von ihm bezeichneten Phänomen (vgl. Nöth, 2000, S.187).

## **2. Eine kulturwissenschaftliche Position**

In der Publikation „Das Zeigen der Bilder“ (vgl. Boehm, 2010) betrachtet Gottfried Boehm das Phänomen des Zeigens aus kulturwissenschaftlicher Sicht. Einen historischen Ausblick stellt er an den Beginn seiner Überlegungen. Paraphrasieren wir ihn. Das Zeigen lag in der abendländischen Tradition des Denkens nicht im Mittelpunkt des wissenschaftlichen Interesses. Nun aber, hervorgerufen durch das Bemühen um Medien und Bild, erwacht dieses Interesse. Um dies zu erläutern, untersucht Boehm die Wechselwirkung zwischen den Kapazitäten des Ikonischen mit der Logik des Zeigens. Insofern versucht er, ein neues Kapitel des Deiktischen zu schreiben. In der Philosophie des 20. Jahrhunderts ist beispielhaft Ludwig Wittgenstein zu nennen, der sich mit dem Verhältnis von Sagen und Zeigen in seinem Frühwerk *Tractatus* beschäftigt hat. Ich verweise in diesem Fall auf die anregenden Ausführungen von Gunter Gebauer (vgl. Gebauer, 2010). Ein erfolgreicher Zugang zum Phänomen des Zeigens stellt die Untersuchung der Voraussetzungen und Bedingungen von Sprache dar. Insofern kann auf diesem Wege das Vermögen des Zeigens in Augenmerk genommen werden. Dies insofern, da durch die Betrachtung dieses Zeigevermögens eine formale Sicht auf Sprache durch eine Anbindung an Lebenszusammenhänge ergänzt wird. Darauf hat der Philosoph Martin Heidegger zu Beginn des 20. Jahrhunderts hingewiesen (vgl. Boehm, 2010, S.18). Wenige Jahrzehnte später war es Karl Bühler, der den Zusammenhang von Spra-

che und Zeigen explizierte. Auf Bühler aufbauend entstand in Folge eine konstruktive Sprachkritik, die auch Stimulus, Gebärde und Körper umfasste. Was nun die Mathematik betrifft, so gilt nach wie vor das berühmte *quod erat demonstrandum*. Es ist diese Zeigeformel, die zumindest seit Euklid darauf hinweist, dass in einem Beweis uns etwas gezeigt werden möchte. Einen weiteren Hinweis führt Boehm an. Auch bei Plato finden sich an ausgewählten Stellen Ausführungen über die erfolgreiche Verwendung des Zeigens. Erinnern wir uns an den Menon Dialog, in welchem ein Lernender durch das Zeigen des Lehrers aber auch durch ein sich selbst zeigen neues Wissen konstruierte. Dass dabei auf die Schau allgemeingültiger Ideen Bezug genommen wurde, ist in unserem Zusammenhang von geringer Relevanz. Trotzdem, so Boehm, blieb das Zeigen über einen langen Zeitraum ein gleichsam schwacher Begriff. Erst die oben erwähnte konstruktive Sprachkritik Bühlers ermöglichte neue Blicke auf das Deiktische, das, so Boehm, eine Leistung des bildlichen Sinnes ist. Diesem konstatierten theoretischen Desinteresse steht gleichzeitig die alltägliche Kultur des Zeigens gegenüber. In der Rede ist das Zeigen eine (vorsprachliche) Basis der Artikulation. Blick, Mimik, Stimme und Geste bestimmen die gesprochene Rede wesentlich mit. Dies lenkt unsere Deutung des Gesprochenen mit. Wobei dieses „Deuten“, so Boehm, schon selbst eine hinweisende Komponente im Sinne von „hindeuten“ besitzt. Davon sind auch die Handlungen von Lernenden bestimmt. Woraus schöpft nun das Zeigen sein Kraft? Sei es im Zeigen auf ein Gegenüber, sei es, dass man sich etwas in einer Konfiguration selbst zeigt, zeigen lebt, so Boehm, von der Auffälligkeit der Dinge. Ich betone die Zusammenführung dieser beiden Komponenten, des Zeigens und der Dinge. Zeigen und damit die Konstruktion von Auffälligkeit, die letztlich auch eine Lenkung der Aufmerksamkeit ist, bedarf des sinnlich Gegebenen. Im Falle der Mathematik sind diese „Dinge“ oft in Gestalt von Inskriptionen gegeben. Dieser Hinweis auf die Bedeutung von Geschriebenem im weitesten Sinne führt mich nun zur dritten der oben erwähnten Positionen.

### **3. Eine linguistische Position**

Sybille Krämer hat in ihrer Publikation „Zur Kinästhesie der verkörperten Sprache“ (vgl. Krämer, 2004) Überlegungen zur Schriftbildlichkeit von Sprache (vgl. Krämer, 2003) fortgesetzt. Im Zentrum ihrer Bemühungen steht das Aufzeigen der Körpergebundenheit von Sprache. Dabei ortet Krämer den Gebrauch von Sprache im Übergang von Sagen und Zeigen. Insofern ist Sprache durch diskursive Anstrengungen alleine nicht beschreibbar. Das Zeigen ist wesentlicher Bestandteil des Sprechens. „Wo auch immer Sprache etwas sagt, zeigt sie auch.“ (Krämer, 2004, S.348).

Ein solches Zeigen entsteht in allen Teilen des Sprachvollzugs. Es lässt sich nicht unmittelbar in Geschriebenes transformieren. Wie oben schon erwähnt, zählt auch Krämer zu diesem nicht Schreibbaren Tonfall, Sprachrhythmus, Mimik und auch Gestik. Insofern besitzt Sprache auch eine physiognomische Dimension, insofern also einen Überschuss, der didaktischen Ertrag liefern kann. Brian Rotman, den Krämer als Befürworter der eben genannten Sicht auf Sprache präsentiert, untersucht in „Virtualisierung der Sprache“ (nach Krämer 2004: Rotman, 2001) die Bedeutung der Entwicklung des Alphabets für das Sprachverständnis. Das lautlich gesprochene Wort und die Gebärde besitzen einen Zusammenhang wie Sagen und Zeigen. Aus dem Zusammenspiel entsteht Sprache. Es war das Aufkommen des Alphabets, so Rotman, welches die ikonisch gestische präsentierende Seite des Sprachvollzugs der symbolisch repräsentierenden Seite unterordnete.

Was kann aus diesen kurzen Skizzen für die Mathematikdidaktik gefolgert werden? Es lassen sich Argumente ableiten, Untersuchungen von Zeigehandlungen bei Lernenden anzustellen. Die Betrachtung des Zeigens im Kielwasser der Betrachtung von Diagrammen könnte Hinweise auf Konstruktion und Gebrauch von visuell wahrnehmbaren Mitteln zum Lernen von Mathematik geben. Wie sich dabei die Mathematik dem Lernenden zeigt, um abschließend nochmals Wittgenstein zu verwenden, ist eine lohnenswerte Fragestellung.

## Literatur

- Boehm, G. (2010). Das Zeigen der Bilder. In G. Boehm, S. Egenhofer & C. Spies (Hrsg.), *Zeigen. Die Rhetorik des Sichtbaren* (S. 18-53). München: Wilhelm Fink.
- Dörfler, W. (2006). Diagramme und Mathematikunterricht. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 27(3/4), 200-219.
- Gebauer, G. (2010). Sich-Zeigen und Sehen als Wittgensteins zwei Bildkonzepte. In G. Boehm, S. Egenhofer & C. Spies (Hrsg.), *Zeigen. Die Rhetorik des Sichtbaren* (S. 74-89). München: Wilhelm Fink.
- Kadunz, G. (2006). Schrift und Diagramm: Mittel beim Lernen von Mathematik. *Journal für Didaktik der Mathematik*, 27(3/4), 220-239.
- Krämer, S. (2004). Zur Kinästhesie der verkörperten Sprache. In C. Lechtermann & C. Morsch (Hrsg.), *Kunst der Bewegung* (S. 343-355). Bern: Peter Lang.
- Krämer, S., & Bredekamp, H. (Hrsg.). (2003). *Bild, Schrift, Zahl*. München: Wilhelm Fink Verlag.
- Rotman, B. (2001). Der alphabetische Körper. *Archiv für Mediengeschichte*, 1, 125-141.