Sebastian KUNTZE und Elke KURZ-MILCKE, Ludwigsburg

Professionelles Wissen von Lehrkräften zu mathematikbezogenen „großen Ideen“

Wissen und Vorstellungen von Lehrkräften zu „großen Ideen“ in Mathematik und für den Mathematikunterricht dürften einen wichtigen Beitrag zum Gestalten reichhaltiger Gelegenheiten für verständnisvolles Lernen im Mathematikunterricht leisten. Die Beschreibung solchen Wissens aus theoretischer und aus empirischer Sicht ist daher von großem Interesse. Auf der Grundlage einer Einführung in den theoretischen Hintergrund des Projekts „Awareness of Big Ideas in Mathematics Classrooms (ABCmaths)“ (www.abcmaths.net) werden daher im Folgenden ausgewählte erste Befunde zum professionellen Wissen von Lehramtsstudierenden vorgestellt.

Einführung und Theoretischer Hintergrund

Um auf große Ideen zugreifen zu können und diese für das Gestalten kognitiv aktivierender Lernanlässe zu nutzen, brauchen Mathematiklehrkräfte fachspezifisches inhaltliches Wissen („Mathematical Content Knowledge“), sowie fachdidaktisches Wissen im Sinne von „Pedagogical Content Knowledge“ (Shulman, 1986). Allerdings findet eine Vertiefung mathematischen und mathematikdidaktischen Wissens in der Ausbildung von Lehrkräften in vielen europäischen Ländern kaum in ausreichendem Maße statt. In nachfolgenden Phasen der Professionalisierung erschweren darüber hinaus die Belastungen des Schulalltags und teils fest etablierte Handlungsroutinen im Klassenraum entsprechende Lernprozesse. Nicht selten führt die zeitliche und institutionelle Trennung verschiedener Ausbildungsphasen dazu, dass Lernangebote rar sind, die fachspezifisches inhaltliches Wissen mit fachdidaktischem Wissen und der Unterrichtspraxis verbinden.

An dieser Stelle setzt die Forschungs- und Entwicklungsarbeit von ABCmaths an. Zum theoretischen Hintergrund des Projekts gehört zunächst eine pragmatisch orientierte Beschreibung des Begriffs „große Idee“ („Big Idea“), die sich insbesondere am Reflexions- und Vernetzungspotential sowie an der Bedeutung der Idee für das mathematikbezogene Kommunizieren orientiert und im Hinblick auf eine teilnehmer(innen)zentrierte Herangehensweise von Aus- und Fortbildungsaktivitäten hinreichend offen ist. Aufgrund dieser pragmatischen und integrierenden Herangehensweise kann ABCmaths an Ansätze zu „fundamentalen Ideen“ (z.B. Schweiger, 1992), „Grundvorstellungen“ (v. Hofe, 1992), „universellen“ und „zentralen Ideen“ (Schreiber, 1983), „Leitideen“ (KMK, 2003) oder „Kernideen“ (Gallin & Ruf, 1993) anknüpfen (s. genauere Ausführungen in Kuntze et al., im Druck; ABCmaths Team, in Vorb.). Die Sensibilität für große Ideen entspricht einer Kompetenzorientierung im Mathematikunterricht, denn Standards und Zielvorgaben für den Mathematikunterricht orientieren sich häufig gerade an solchen übergreifenden, großen Ideen (KMK, 2003; Office of Qualifications and Examinations Regulation, 2002; AECC, 2008; NCTM, 2000).

Professionelles Wissen über große Ideen in Mathematik und im Mathematikunterricht ist nicht nur dem Bereich des “Horizon Knowledge” (Ball, Thames & Phelps, 2008) zuzuordnen, sondern es weist unmittelbare Verankerungen in unterschiedlichen Bereichen von Fachwissen und fachdidaktischem Wissen auf. Für die Unterscheidung solcher Bereiche professionellen Wissens kann erstens nach einem Spektrum zwischen Wissen und Überzeugungen/Beliefs unterschieden werden, zweitens nach Bereichen professionellen Wissens (Shulman, 1986) und drittens nach Ebenen an Globalität bzw. Situationsbezogenheit (vgl. Modell in Kuntze, im Druck).

Da es einen Mangel an Untersuchungen zu professionellem Wissen mit Verbindung zu großen Ideen gibt, besteht Forschungsbedarf zur folgenden Fragestellung: *Über welches professionelles Wissen zu großen Ideen verfügen Lehramtsstudierende?* Zu dieser Forschungsfrage werden im Folgenden ausgewählte Ergebnisse vorgestellt.

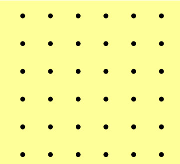
Untersuchungsdesign und Stichprobe

Befragt wurden 117 Lehramtsstudierende (78 weibliche und 35 männliche Studierende, 4 ohne Daten, Durchschnittsalter 22,33 Jahre, SD=3,56 Jahre; mittlere Semesterzahl: 2,19; SD=1,12) zu Beginn einer Lehrveranstaltung.

Die Studierenden sollten u. a. Aufgaben mit Relevanz für die großen Ideen „vielfältige Darstellungen nutzen“, „Argumente finden/beweisen“ und „mit Unendlichkeit umgehen“ beantworten. Ein Beispielitem für die große Idee „vielfältige Darstellungen nutzen“ ist in Abbildung 1 wiedergegeben.
Die Antworten wurden bezüglich eines Kategoriensystems codiert, in dem unter anderem festgehalten wurde, inwiefern adäquate Beispiele gegeben wurden oder inwiefern diese Beispiele argumentativ eingebettet wurden.

Rechts ist eine graphische Darstellung der Definition von “Quadratzahl” gegeben. Diese Darstellung bietet im Vergleich zur symbolischen Definition („wenn $q = n^2$ für eine natürliche Zahl n, dann heißt q Quadratzahl“) einen zusätzlichen Zugang.

Fallen Ihnen andere mathematische Begriffe ein, bei denen die symbolische Definition in ähnlicher Weise einer nicht-symbolischen Darstellung gegenübergestellt werden kann?
Bitte schreiben Sie möglichst viele Beispiele auf.



„Eine Zahl, die, wie hier gezeigt, in Form eines Quadrats veranschaulicht werden kann, heißt Quadratzahl.“

Abbildung 1: Beispielaufgabe zur großen Idee „vielfältige Darstellungen nutzen“

Ausgewählte Ergebnisse

Exemplarisch wird für die Aufgabe in Abbildung 1 berichtet, inwiefern die Lehramtsstudierenden Beispiele mit Bezug zur großen Idee „vielfältige Darstellungen nutzen“ angeben konnten.

Zunächst war codiert worden, inwiefern die Befragten adäquate Beispiele für Begriffe geben konnten, die mittels verschiedener Darstellungen charakterisiert werden können. Von den Studierenden gaben 65,8% überhaupt keine Antwort, bei 17,1% wurde ein Versuch der Beantwortung, der jedoch kein adäquates Beispiel enthielt, festgestellt, 17,1% der Befragten gaben mindestens ein adäquates Beispiel an.

Da in der Fragestellung bereits ein Beispiel gegeben war, wurde mit einem entsprechenden Code zwischen inhaltlich „nahen“ Beispielen und Beispielen in anderen Inhaltsbereichen unterschieden, um besser einschätzen zu können, inwiefern Befragte Inhalte entlang großer Ideen über Inhaltsbereiche hinweg verknüpfen können. Im Falle mehrerer in der Antwort gegebener Beispiele wurde die höchste vorkommende Kategorie codiert. Die Auswertung ergab, dass unter den 17.2% Antworten mit mindestens einem adäquaten Beispiel 89.5% zumindest ein Beispiel aus einem anderen Inhaltsbereich enthielten (dies entspricht 15.4% aller Befragten).

Weiterhin wurde codiert, inwiefern die genannten Beispiele inhaltlich eingebettet waren und argumentative Elemente bezüglich der betreffenden großen Idee aufwiesen. Unter den 17.2% Beantwortungen mit mindestens einem adäquaten Beispiel wiesen 55% keine Einbettung oder reflektierende Bemerkungen auf, in den übrigen 45% waren einbettende Kommentare vorhanden. Die Kategorie “adäquate argumentative Einbettungen/Begründungen/analysierende Anmerkungen z.B. darüber, wie das Beispiel zur großen Idee passt” war für die betrachtete Stichprobe hypothetisch (0%).

Diskussion

Die Ergebnisse deuten insgesamt auf ein eher geringes Niveau an Vernetzungswissen im Hinblick auf die betrachteten Big Ideas hin (für umfassendere Analysen s. Kuntze et al., im Druck), so dass die Interpretation nahe liegt, dass im früheren Schulunterricht der Lehramtsstudierenden geringes überdauerndes Vernetzungswissen der betrachteten Art aufgebaut wurde. Hier besteht offenbar ein Verbesserungspotential, das auch als Steigerungspotential von Unterrichtsqualität gesehen werden kann. Für die Ausbildung angehender Lehrkräfte deuten die Ergebnisse im Hinblick auf professionelles Wissen zu großen Ideen auf einen großen Förderbedarf hin. Dass solches professionelles Wissen tatsächlich gefördert werden kann, zeigen neuere Ergebnisse aus ABCmaths (Kuntze et al., eingereicht).

Weitere Aufmerksamkeit sollte insbesondere Vertiefungsuntersuchungen zu den Schwierigkeiten bei der Beantwortung von Aufgaben der betrachteten Art, Erhebungen zum möglichen Einfluss von Unterrichtserfahrung auf professionelles Wissen zu großen Ideen, Untersuchungen zur Frage, wie spezifisch für bestimmte Big Ideas diese Befunde sind, sowie Studien zu Zusammenhängen mit globalen Sichtweisen von Lehrkräften gelten.

Danksagungen

Das Project ABCmaths wird mit Unterstützung der Europäischen Kommission (503215-LLP-1-2009-1-DE-COMENIUS-CMP) finanziert. Diese Veröffentlichung gibt lediglich die Sichtweisen der Autoren wieder. Die Kommission haftet nicht für jedwede Nutzung der in diesem Beitrag enthaltenen Informationen.
Wir danken unseren Kooperationspartnerinnen und -partnern in ABCmaths, Stephen Lerman, Bernard Murphy, Peter Winbourne, Hans-Stefan Siller, Karl-Josef Fuchs, Anke Wagner, Claudia Wörn, Christiane Vogl und Michael Schneider.

Literatur

AECC. (2008). *Bildungsstandards im Fach Mathematik*. Österr. Kompetenzzentrum für Mathematikdidaktik, Klagenfurt: IDM.

Ball, D., Thames, L., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.

Gallin, P. & Ruf, U. (1993). Sprache und Mathematik in der Schule. Ein Bericht aus der Praxis. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 12(1), 3-33.

v. Hofe, R. (1992). Grundvorstellungen mathematischer Inhalte als didaktisches Modell. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 13(4), 345-364.

Kultusministerkonferenz (KMK). (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. [http://www.kmk.org/]. [Zugriff am 08.02.2011].

Kuntze, S. (im Druck). In-service and prospective teachers' views about model-ling tasks in the mathematics classroom – Results of a quantitative empirical study. [Proceedings Book of ICTMA 14].

Kuntze, S., Lerman, S., Murphy, B., Kurz-Milcke, E., Siller, H.-S. Winbourne, P. (im Druck). Professional knowledge related to big ideas in mathematics – An empirical study with pre-service teachers. *CERME 2011*.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (Hrsg.). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Office of Qualifications and Examinations Regulation (2002). *GCE Advanced Subsidiary (AS) and Advanced (A) Level Specifications. Subject Criteria for Mathematics.* [http://www.ofqual.gov.uk/files/2002-12-gce-maths-subject-criteria.pdf].

Schreiber, A. (1983). Bemerkungen zur Rolle universeller Ideen im mathematischen Denken. *Mathematica didactica*, 6, 65-76.

Schweiger, F. (1992). Fundamentale Ideen. Eine geistesgeschichtliche Studie zur Mathematikdidaktik. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 13, 199-214.