

Elke KURZ-MILCKE und Sebastian KUNTZE, Ludwigsburg

Wenn sich „Perspektive“ mit „Daten und Zufall“ trifft

„Perspektive“ ist eine weitreichende Idee in der Mathematik, in der Wissenschaft, Kunst und Kultur. Von wo aus und wie eine Sache betrachtet wird, bestimmt was sie bedeuten kann. Klassischerweise ist „Perspektive“ eine geometrisch-räumliche Dimension. Deshalb könnte es leicht so erscheinen als sei „Perspektive“, jetzt im Sinne unterschiedlicher Ansichten zu einem Sachverhalt, eine sekundäre Gegebenheit, gleichsam eine Metapher zum Geometrisch-Räumlichen. Auch unsere Sprache unterstützt diese Interpretation, indem sie uns von „Ansichten“ sprechen lässt, wenn wir die Dinge „unterschiedlich sehen“, kontrovers diskutieren und möglicherweise voneinander abweichende Meinungen haben. Demgegenüber betrachtet die Anthropologie die sozial-dialogische Dimension von „Perspektive“ nicht als sekundär (vgl. auch Lerman 1994), sondern als untrennbaren Bestandteil des Perspektivischen. Menschliche Kognition und Sprache sind demnach ganz grundlegend an die spezifisch menschliche Fähigkeit zur Perspektivübernahme geknüpft.

„Große Ideen“ in Mathematik und für den Mathematikunterricht dürften einen wichtigen Beitrag zum Gestalten reichhaltiger Gelegenheiten für verständnisvolles Lernen im Mathematikunterricht leisten (Kuntze, Lerman, Murphy, Siller, Kurz-Milcke, Winbourne, Fuchs, Wagner, Wörn, Vogl, & Schneider, 2010). Die Beschreibung solchen Wissens aus theoretischer und aus empirischer Sicht ist daher von großem Interesse. Wie im Zusammenhang mit der Verwendung von vielfältigen Darstellungen als Kernkompetenz mathematischen Denkens gut etabliert, tritt mit der Bedeutung von Perspektivübernahme für das mathematische Denken zur fachwissenschaftlichen, fachdidaktischen verstärkt auch eine kognitive Dimension hervor.

Perspektivübernahme: Anthropologisch-entwicklungspsychologischer Hintergrund

Der Anthropologe Michael Tomasello (1999) beschreibt in einer Synthese von Ergebnissen aus der Entwicklungspsychologie, der Forschung zur Kognition von Primaten und der kulturellen Anthropologie wie sich beim Menschen im frühen Alter von etwa neun bis zwölf Monaten eine für die menschliche Kognition und Kultur zentrale, sogar notwendige Fähigkeit auszubilden beginnt. Diese Fähigkeit entwickelt sich in der Interaktion zwischen Erwachsenen und Kindern. Die Jüngsten (9-12 Monate) können zunächst nur die Aufmerksamkeit des Erwachsenen prüfen; im nächsten

Schritt wird es dem Kleinkind möglich, der Aufmerksamkeit des Erwachsenen zu folgen (11-14 Monate); erst dann vermag das Kleinkind (13-15 Monate) die Aufmerksamkeit des Erwachsenen auch zu lenken. Mit dem letztgenannten Schritt ist in der kindlichen Entwicklung die Möglichkeit zur aktiven Teilhabe an Kultur ausgebildet. In der Entwicklungsgeschichte des Menschen, so Tomasello (1999), hat die Ausbildung dieser spezifisch menschlichen Fähigkeit die kulturelle Entwicklung des menschlichen Denkens überhaupt erst bewirkt.

Sprache lenkt Aufmerksamkeit. So bringen Begriffe immer schon eine bestimmte Perspektive auf einen Sachverhalt zum Ausdruck (z.B. *Mathematik, Mathe, Rechnen, Knobeln, Problemlösen, Modellieren* etc.). Obwohl Menschen sehr früh in ihrem Leben beginnen Erfahrungen mit dieser Tatsache zu machen, sind die spezifischen Gesetzmäßigkeiten der Perspektivübernahme abhängig von den vielfältigen kulturellen Gegebenheiten und Möglichkeiten, die Menschen in ihrer Entwicklung und in ihrer Zeit vorfinden. Ein Beispiel aus dem mathematisch-statistischen Kontext: Jede Bevölkerungsstatistik hebt einige wenige Merkmale und Kategorien zur Beschreibung von Gesellschaft hervor. Liest jemand eine solche Statistik und ist er oder sie selber *qua* Teilhabe an eben dieser Gesellschaft in der Statistik impliziert, z.B. als Einwohner eines bestimmten Landes, dann beinhaltet diese Statistik nicht nur eine Perspektive auf die Gesellschaft, sondern implizit auch auf die eigene Person als Mitglied der so beschriebenen Gesellschaft. Und um im Beispiel zu bleiben, Reaktionen, auch emotionale, auf die Statistik mögen sich genau auf diesen Aspekt der Darstellung beziehen, nämlich auf die Implikationen der Statistik für das Selbstbild.

Perspektiven in der Stochastik

Statistik und „Perspektive“ sind tatsächlich unzertrennlich. Diese Verschränkung gilt fachwissenschaftlich, gilt für die gesellschaftliche Bedeutung von Stochastik und wird von Autoren in der fachdidaktischen Literatur bearbeitet (Alrø & Skovsmose 2002). Begrifflich wird in der Fachwissenschaft zwischen Ereignis und Ergebnis, zwischen Elementarereignis und zusammengesetztem Ereignis, zwischen Erwartungswert und Verteilung, zwischen Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses und der des Komplementärereignisses usw. unterschieden. Klassischer Weise gibt es zur Wahrscheinlichkeitstheoretischen Perspektive auch die „Spielerperspektive“ mit Gewinn, Verlust und Risiko für die einzelnen „Spieler“, vielleicht „die Bank“, mit Strategien und Spielverläufen. Weitergehend kann die Risikobewertung sich beispielsweise an der relativen oder der absoluten Risikoreduktion orientieren, „perspektivisch“ wird dadurch jeweils ein anderer Vergleich fokussiert (Gigerenzer, Gaissmeier, Kurz-Milcke, Schwartz &

Woloshin, 2008). Kompetenter Umgang mit Wahrscheinlichkeit und Statistik bedeutet deshalb Orientierung innerhalb dieser Vielzahl von Perspektiven zu haben und diese navigieren zu können.

„Perspektive“ im Unterrichtsverlauf

Am Beispiel des Galton-Bretts wurde in einem fortlaufenden Unterrichtsprojekt der Unterrichtsverlauf als Abfolge von Perspektivwechseln analysiert (Kurz-Milcke unveröffentl.). Der tatsächliche Verlauf des Unterrichts fokussierte die Aufmerksamkeit der Gruppe, sowie der einzelnen Schüler (5 bzw. 9 Jungen in einer Schule für Erziehungshilfe) in wechselnder Abfolge auf die Kugeln, die Pfade, die Struktur des Brettes, die Verteilung der Kugeln nach dem Durchlauf (in der Sprache der Kinder „die Kugelkunst“) etc. Der Unterricht wies eine Abfolge von Perspektivwechseln auf und war als solcher auch im Unterricht präsent. Insbesondere die von der Schülern entwickelten Darstellungen trugen zur Wahrnehmung einer „Choreographie“ dieses Ablaufs bei. Mit der Arbeit (Wahrnehmung, Beförderung, Reflexion) an den Perspektivwechseln entstehen dabei Möglichkeiten für „variable Choreographien“ innerhalb des Unterrichtsablaufs, der die Fokussierungen der einzelnen Schüler auf verschiedene Aspekte des Galton-Bretts und der relevanten mathematischen Sachverhalte in den Unterrichtsgesprächen als unterschiedliche Perspektiven kennzeichnete.

Schlußbemerkung

„Perspektive“ verstanden als eine grundlegende Dimension menschlicher Kognition kann auf ihre spezifische Bedeutung für die Stochastik und das Lernen ihrer Inhalte untersucht werden. Aus dieser Herangehensweise entsteht ein spezifisches Verständnis für die Notwendigkeit von Perspektivwechseln in der Auseinandersetzung mit den fachlichen Inhalten. Dieses Verständnis kann für eine flexible Choreographie des Unterrichtsgeschehens genutzt werden (Kurz-Milcke, unveröffentl.). Wie „fundamentalen Ideen“ (z.B. Schweiger, 1992), „Leitideen“ (KMK, 2003) oder „Kernideen“ (Gallin & Ruf, 1993) können große, übergreifende Ideen das Verständnis für mathematische und fachdidaktische Inhalte in besonderer Weise unterstützen. In diesem Fall wirken kognitiv-anthropologische, fachwissenschaftliche und fachdidaktische Analyse nahtlos zusammen.

Danksagungen

Das Project ABCmaths wird mit Unterstützung der Europäischen Kommission (503215-LLP-1-2009-1-DE-COMENIUS-CMP) finanziert. Diese Veröffentlichung gibt lediglich die Sichtweisen der Autoren wieder. Die Kommission haftet nicht für jedwede Nutzung der in diesem Beitrag enthaltenen Informationen.

Wir danken unseren Kooperationspartnerinnen und -partnern in ABCmaths, Stephen Lerman, Bernard Murphy, Peter Winbourne, Hans-Stefan Siller, Karl-Josef Fuchs, Anke Wagner, Claudia Wörn, Christiane Vogl und Michael Schneider.

Literatur

- Alrø, H. & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique*. Dordrecht: Kluwer.
- Gallin, P. & Ruf, U. (1993). Sprache und Mathematik in der Schule. Ein Bericht aus der Praxis. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 12(1), 3-33.
- Gigerenzer, G. Gaissmeier, W., Kurz-Milcke, E., Schwartz, L. M., & Woloshin, S. (2008). Helping doctors and patients make sense of health statistics. *Psychological Science in the Public Interest*, 8, 53-96.
- Kultusministerkonferenz (KMK). (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. [<http://www.kmk.org/>]. [Zugriff am 08.02.2011].
- Kuntze, S., Lerman, S., Murphy, B., Siller, H.-S., Kurz-Milcke, E., Winbourne, P., Fuchs, K.-J., Wagner, A., Wörn, C., Vogl, C. & Schneider, M. (2010). Große Ideen in der Mathematik sehen – Mathematik im Unterricht mit großen Ideen transparenter machen. ABCmaths – ein EU-gefördertes internationales Drittmittelprojekt. *GDM-Mitteilungen*, 89, 44-47.
- Kurz-Milcke, E. (unveröff.). *Arbeitsbericht zum Unterricht in einer „E-Schule.“*
- Kurz-Milcke, E., Gigerenzer, G. & Martignon, L. (2010). Risiken durchschauen: Grafische und analoge Werkzeuge. *Stochastik in der Schule*, 31, 8-16.
- Kurz-Milcke, E. & Martignon, L. (2006). Lebendige Urnen und ereignisreiche Bäume: Überlegungen und Versuche zu einer Didaktik der Stochastik in der Grundschule. In J. Meyer (Hrsg.). *Anregungen zum Stochastikunterricht*, Bd. 3. (pp. 181-203). Hildesheim: Franzbecker.
- Lerman, S. (1994). *Cultural perspectives on the mathematics classroom*. Dordrecht: Kluwer.
- Schweiger, F. (1992). Fundamentale Ideen. Eine geistesgeschichtliche Studie zur Mathematikdidaktik. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 13, 199-214.
- Tomasello, M. (1999). *Die kulturelle Entwicklung des menschlichen Denkens: Zur Evolution der Kognition*. Frankfurt: Suhrkamp.