Silke LADEL, Karlsruhe

Multiplex-R: Zum Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungsformen von Zahlen und Operationen bei 5- bis 8-jährigen Kindern

1. Das Teil-Ganze Konzept

Das Teil-Ganze Konzept spielt eine zentrale Rolle beim Zahl- und Operationsverständnis. Hat ein Kind das Konzept erworben und weiß, dass eine Zahl aus verschiedenen Teilen besteht, so ist der Übergang zur Addition und Subtraktion leicht, da das Teil-Ganze Konzept Beziehungen zwischen Zahlentripeln beschreibt (z.B. 4+2=_, 6-4=_, 6-2=_, 4+_=6, _+2=6). Diese Beziehungen sind zunächst v.a. im Zahlenraum bis 10 von Bedeutung und können aufgrund der dekadischen Analogie auf Additions- und Subtraktionsaufgaben in größeren Zahlenräumen übertragen werden (z.B. 54+2=56, weil 4+2=6).

Bei Zahlen größer als 10 sind u.a. die Zerlegungen in Zehnerpotenzen wichtig. So kann durch diese ganz bestimmte Art der Zerlegung das Verständnis für das dezimale Stellenwertsystem gefördert werden (z.B. $352=3\bullet10^2+5\bullet10^1+2\bullet10^0$) (s. Abb. 1 links). In Bezug auf die Operationen findet eine Spezifizierung des Teil-Ganze Konzepts insofern statt, dass man über ausschließlich gleich große Teile zur Multiplikation und Division gelangt (s. Abb. 1 rechts).

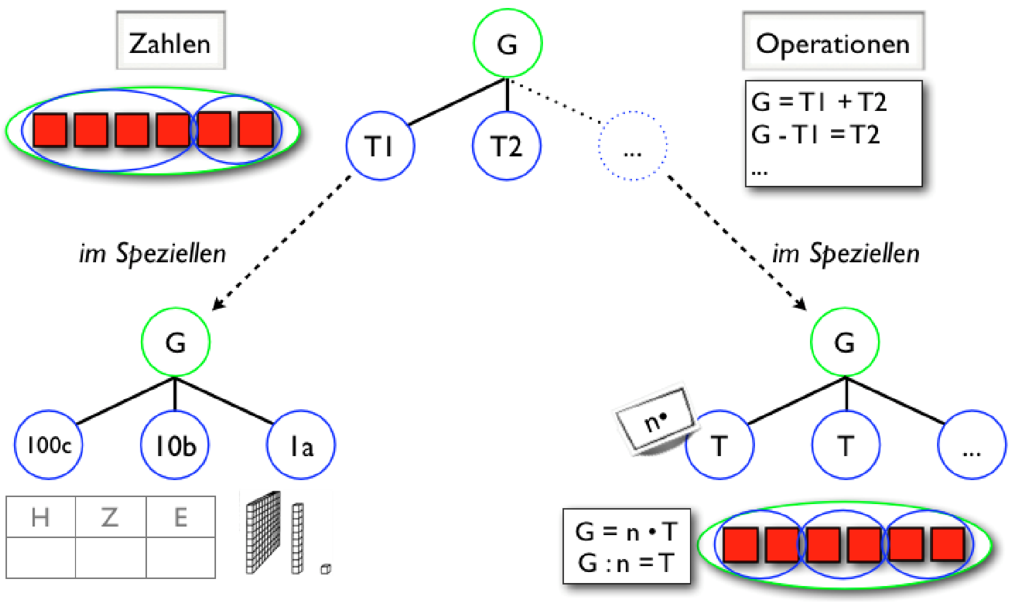

Abb.1: Das Teil-Ganze Konzept und seine Elaboration

Im Hinblick auf das weiterführende Lernen von Mathematik können auf der Grundlage des Teil-Ganze Konzepts diverse Gesetzmäßigkeiten und

Zusammenhänge erarbeitet werden, wie z.B. die Kommutativität und Assoziativität der Addition. Dadurch wird das Rechnen flexibel. So kann z.B. die Aufgabe 6+8 wie folgt gelöst werden: 6+8=6+(4+4)=(6+4)+4=10+4=14. Es ginge aber auch 6+8=(4+2)+8=4+(2+8)=4+10=14.

Ebenso können aus dem Teil-Ganze Konzept die Kompensation (das Ganze bleibt gleich, wenn man ein Ding von einem Teil zum anderen bewegt), die Kovarianz (wenn ein Teil eines Ganzen um eins vergrößert wird, vergrößert sich auch das Ganze um eins) sowie die Komplementarität der Addition und Subtraktion erarbeitet werden (vgl. Gerster & Schultz 2004) .

2. „Finger Symbol Sets“

Das Teil-Ganze Konzept kann mit Hilfe von „Finger Symbol Sets“ gefördert werden. Hierbei werden Finger auf einen Blick gezeigt (vgl. Brissiaud 1992, Gaidoschick 2009). Es liegt demnach nicht am Arbeitsmittel „Finger“, wenn Kinder zählend Rechnen. Zählendes Rechnen darf nicht mit dem Rechnen mit Fingern gleichgesetzt werden, sondern Kinder können auch hier nach dem ordinalen oder dem kardinalen, insbesondere dem Teil-Ganze Konzept vorgehen und entsprechend mit den Fingern arbeiten. Lorenz (1998) bezeichnet dies als dynamisches Arbeiten (sequentielle Zahlwortfolge) und intuitives, statisches Darstellen mit Fingern.

Die Art und Weise der Nutzung von Fingern zur Darstellung von Zahlen und Operationen war ein Teil der Untersuchung von fast 200 Kindern im Alter zwischen 5 und 8 Jahren, die im Winter 2010/2011 stattfand. Die Kinder kamen zum Zeitpunkt der Untersuchung aus 2 verschiedenen Kindergärten und 3 verschiedenen Schulen im Raum Aalen, wobei es sich jeweils um einen Kindergarten und eine Schule für Kinder mit besonderem Förderbedarf in den Bereichen Lernen und Erziehung handelte. Inhaltlich ging es in den Einzelinterviews bei Kindergartenkindern ab 5 Jahren sowie Erstklässlern um Zahlen, bei den Zweitklässlern um die Operationen Addition und Subtraktion, bei den Drittklässlern um die Operationen Multiplikation und Division.

Die Finger bieten viele Vorteile gegenüber anderem didaktischen Material. Sie stellen ein „natürliches“ Arbeitsmittel dar, das stets zur Verfügung steht. Die Finger einer Hand können simultan erfasst werden, die Finger zweier Hände entsprechend quasi-simultan. Vor allem die Beziehungen zu fünf und zehn sind als „geistige Stützpunkte“ von Bedeutung (vgl. Gaidoschick 2009, Steinweg 2009). Dies kam auch in der Untersuchung durch die Antwort auf die Frage, wieso die Kinder 7 (9) Finger so schnell erkannt haben, klar zum Ausdruck: *„5 und 2“ („5 und 4“)* oder: *„Ich hab‘s* *nur angeschaut.“* Der Bezug zur Fünf wird hier sehr deutlich (zur Kraft der Fünf vgl. Krauthausen 1995). Des Weiteren ist stets der Bezug zur 10 gegeben, was für die Erarbeitung des dezimalen Stellenwertsystems von besonderer Bedeutung ist. Auf die Frage, woher die Kinder so schnell wussten, dass 9 Finger gezeigt wurden, antworteten sie beispielsweise *„Weil nur einer weg ist“*, *„Weil ich 10 Finger hab*“ oder *„Vor der 10 kommt die 9“*.

3. Zur Verknüpfung von Darstellungsformen

Für das Verständnis von Zahlen ebenso wie für das Lernen und den Aufbau grundlegender Operationsvorstellungen ist die Verknüpfung der Darstellungsformen von besonderer Bedeutung (vgl. Aebli 1987, Bruner 1966, Gerster & Schulz 2004). Deshalb betraf der Schwerpunkt der Untersuchung Darstellungswechsel und die sich daraus ergebenden Chancen und Probleme. Zu „Zahlen“ wurden den Kindern Aufgaben zur 1-zu-1-Zuordnung, zur Anzahlerfassung, zur Darstellung von Anzahlen sowie zur Zahlenkenntnis gestellt. Aufgaben zur 1-zu-1-Zuordnung lauteten z.B. *„Lege mir bitte genauso viele Gummibärchen wie hier Plättchen liegen.“* Aufgaben dieser Art wurden am besten gelöst, wenn diese auch mit Hilfe der 1-zu-1-Zuordnung gelöst, die Gummibärchen also z.B. direkt auf oder unter die Plättchen gelegt wurden. Probleme traten auf, wenn die Kinder diese Aufgaben nicht über die 1-zu-1-Zuordnung lösten, sondern durch Anzahlerfassung und Anzahldarstellung. Nutzten sie unstrukturiertes Material, hier Gummibärchen oder einzelne Plättchen, so zählten sie. Strukturiertes Material wurde von selbst meist gar nicht oder nicht korrekt genutzt, so dass z.B. die 5er-Stange gar nicht beachtet wurde oder als eins gezählt wurde. Das bestätigt noch einmal, dass die Arbeit mit Material selbst neuen Lernstoff darstellt (vgl. Schipper 1984). Bei den Darstellungswechseln im Bereich der Operationen wurde zusätzlich zwischen statischen und dynamischen sowie zwischen realen und virtuellen Darstellungen differenziert. Dabei wurde die Mehrdeutigkeit von Veranschaulichungen (vgl. Lorenz 1998, Radatz 1989, Schipper & Hülshoff 1984) sehr deutlich. Auffallend war, dass die Kinder häufig nur einen Ausschnitt der Bilder betrachteten. Das war auch bei dynamischen Bildern, - virtuell sowie real im Sinne von mehrphasigen Bildern - der Fall. Hier wurden trotz des Hinweises, die Bilder als eine Art Comic mit Anfangszustand, Veränderung und Endzustand zu betrachten, häufig nur einzelne Phasen betrachtet. Des Weiteren war über alle Handlungen hinweg bei der symbolischen Darstellung eine starke Tendenz zur Addition zu verzeichnen. Eine deutliche Diskrepanz konnte zwischen der zu einem Bild erzählten Geschichte und der anschließend notierten Rechnung festgestellt werden, z.B. zu einem Bild mit 4 Hasen und 7

Karotten: *„4 Hasen fressen 4 Karotten. Dann bleiben 2 übrig.“* Notiert: *„8-2=6“*.

4. Multi-Touch-Interface

Diese Untersuchung ist in das Projekt Multiplex-R eingebettet, das der Frage nachgeht ob, und wenn ja wie, der Einsatz von Multi-Touch-Technologie den Aufbau grundlegender Zahl- und Operationsvorstellungen unterstützen kann. Dabei erzeugen die Kinder mit ihren Fingern quadratische Plättchen. Mit diesen Plättchen können die Kinder im Weiteren Handlungen vollziehen, die wiederum mit mathematischen Symbolen verknüpft sind und auf Wunsch der Kinder simultan angezeigt werden. Auf diese Art und Weise können die Kinder z.B. in der enaktiven Darstellungsform arbeiten und sehen gleichzeitig die Auswirkungen ihres Tuns in der symbolischen Darstellungsform. Die Verknüpfung der verschiedenen Repräsentationen wird somit für die Kinder direkter erfahrbar und soll dadurch den Aufbau grundlegender Zahl- und Operationsvorstellungen unterstützen.

Literatur

Aebli, H. (1987): Zwölf Grundformen des Lehrens. Stuttgart: Klett-Cotta

Bruner, J.S. (1966): Towards a theory of instruction. New York: Norwood & company

Gaidoschik, M. (2009): Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern. Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis. Buxtehude: Persen Verlag GmbH

Gerster, H.-D. & R. Schultz (2004): Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen

Krauthausen, G. (1995): Die „Kraft der Fünf“ und das denkende Rechnen. In: Müller, G & Wittmann, E.Ch. (Hg.): Mit Kindern rechnen. Arbeitskreis Grundschule – Der Grundschulverband – e.V. Frankfurt am Main, 87-108

Ladel, S. (2009): Multiple externe Repräsentationen (MERs) und deren Verknüpfung durch Computereinsatz. Zur Bedeutung für das Mathematiklernen im Anfangsunterricht. Didaktik in Forschung und Praxis, Bd. 48. Hamburg: Verlag. Dr. Kovac

Lorenz, J.H. (1998): Anschauung und Veranschaulichungsmittel im Mathematikunterricht. Mentales visuelles Operieren und Rechenleistung. Göttingen: Hogrefe

Radatz, H. (1989): Schülervorstellungen von Zahlen und elementaren Rechenoperationen. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1989. Bad Salzdetfurth: Franzbecker, S. 306-309.

Resnick, L.B. (1983): A developmental theory of number understanding. In: Ginsburg, H.P. (Ed.), The development of mathematical thinking (pp. 109-151). New York: Academic Press

Schipper, W. & A. Hülshoff (1984): Wie anschaulich sind Veranschaulichungshilfen? In: Grundschule 16(4), S. 54-56

Steinweg, A.S. (2009): Rechnest du noch mit Fingern? – Aber sicher! In: MNU PRIMAR 1/4, S. 124-128