

Engelbert NIEHAUS, Koblenz-Landau

## **Räumliche mathematische Modellbildung für medizinische Risiken und logistische Verteilung von Ressourcen im mathematischen Umweltlabor**

Im mathematischen Umweltlabor arbeiten Schülerinnen und Schüler mit besonderer mathematischer Begabung und Lehramtsstudierende im Fach Mathematik gemeinsam an umweltwissenschaftlichen Problemen zur mathematischen Modellbildung. Vorgestellt werden didaktische Reduktionen von authentischen Modellierungsaufgaben, die eine mathematische räumliche Risikobewertung und eine Optimierung der Ressourcenverteilung zum Ziel haben. Der Themenkomplex stellt einen Einstieg in die Mathematik mit Geoinformationssystemen dar.

### **1. Didaktische Konzeption des Mathematischen Umweltlabors**

Das Mathematische Umweltlabor ist als Lernort außerhalb der Schule konzipiert, an dem in Kleingruppenarbeit von SchülerInnen und Studierende in wöchentlichen Abständen räumliche Risiko- und Verteilungsprobleme als offene Aufgabe bearbeitet werden. SchülerInnen können im Rahmen des Hochschulgesetzes Leistungsnachweise erwerben, die bei einem späteren Studium anerkannt werden, falls diese einschlägig sind. Die Lernumgebung ist auf zwei Ebenen authentisch. Die erste Ebene stellt die authentische inhaltliche Optimierungsproblematik dar (siehe [3] 2008) – die zweite Ebene ist die Lernumgebung selbst, da diese für die Lehramtsstudierenden authentisch in der Auseinandersetzung mit SchülerInnen ist, die besondere mathematisch-naturwissenschaftlichen Begabungen besitzen. Das im Rahmen von "WissenSchaf(f)t Zukunft" (Land RLP) geförderte Projekt zielt auf ein Förderprogramm entlang der Bildungskette mit offenen Problemaufgaben und einen umweltwissenschaftlichen thematischen Bezug der Risikomodellierung und Ressourcenoptimierung.

### **2. Fachliche Erläuterungen zur Mathematischen Modellbildung**

Allgemein werden raum-zeitliche Repräsentationen funktionaler Zusammenhänge untersucht. Simulationen werden in 2D- und 3D-Umgebungen erzeugt und interpretiert. Geoinformationssysteme sind dabei ein Softwarewerkzeug, das funktional Raumkoordinaten im Definitionsbereich numerische Werte oder Eigenschaften im Wertebereich zuordnet. Dynamische Geometriesoftware wird verwendet, um dreidimensionale Eigenschaften von Risikokarten zunächst für Funktionen mit einem zweidimensionalen Graphen untersuchen zu können.

Grundlegende Zielsetzung ist es, vorhandene Ressourcen möglichst effizient bezogen auf eine modellierte Risikokarte zu verteilen. Dabei entsteht neben der Risikokarte auch eine Ressourcenverteilungskarte. Die Optimierungsaufgabe besteht nur darin, die räumliche Versorgung mit Ressourcen der räumlichen Verteilung von Risiken anzupassen. Dies erfolgt i.d.R. iterativ, um die Versorgungssituation schrittweise zu verbessern. Die Suche nach der "besten mathematischen Lösung" wird dabei durch das Abwägen und Wichten von Gütekriterien ersetzt. Die Modellierung von Risiken und die Quantifizierung der Versorgungsqualität kann dabei angepasst an die Lernvoraussetzungen in unterschiedlicher Komplexität erfolgen.

### **3. Einführendes Wasserflaschenbeispiel**

Es wird zunächst die Aufgabe gestellt, eine Gruppe von Personen in einem Raum mit einer Anzahl von  $n$  Wasserflaschen zu versorgen. Das Wasserflaschenbeispiel zeigt bereits die unterschiedlichen Komplexitätsstufen, mit denen diese offene Aufgabe bearbeitet werden kann. Zunächst einmal kann man das Problem als reine räumliche Optimierungsaufgabe verstehen, bei der Summe der Abstände jeder Person zu nächsten verfügbaren Wasserflasche minimiert werden soll. Dabei wird erst in einem zweiten Schritt berücksichtigt, dass Personen unterschiedlich durstig sein können und die Position der Wasserflaschen unter Umständen bedarfsorientiert anders gewählt werden sollte. Eine andere Optimierungsstrategie positioniert alle Flaschen an einem zentralen Punkt, die Flaschen werden nacheinander geöffnet und eine Person verteilt das Wasser auf Anfrage an die Personen im Raum. Diese Strategie ist bezogen auf die schnelle Versorgung aller Personen im Raum sicherlich schlechter als die zuvor genannte Strategie. Unter der Prämisse, dass Wasser sehr kostbar ist, wird aber mit der letztgenannten Strategie immer nur eine Wasserflasche geöffnet und die ungeöffneten Wasserflaschen können noch weiterhin verwendet werden. Die zweite Strategie ist also in der Verteilungsgeschwindigkeit u.U. schlechter, aber bezogen auf den Ressourcenverbrauch der Wasserflaschen eine bessere Verteilungsstrategie. An diesem einführenden Beispiel wird deutlich, dass die Erstellung von Risikokarten und die Optimierung der Ressourcenverteilung fundamental von der Definition des Risikos und der Definition der Versorgungsgüte abhängt. Der Vorteil von diesen Verteilungsproblemen ist, dass jede Person im Raum intuitiv eine Verteilung der Wasserflaschen im Raum vornehmen kann, ohne dass die mathematische Funktion, die implizit die Wasserversorgungsgüte bestimmt, auch verbalisiert oder formalisiert werden könnte. Dieses intuitive Verständnis von räumlicher Versorgungsgüte und räumlichen Risiken ist der Ausgangspunkt für die mathematische Modellierung.

#### **4. Wasser, Gesundheit und Risiken**

Da der Zugang zu sauberem Wasser speziell in Entwicklungsländern eine fundamentale Voraussetzung für die öffentliche Gesundheit der Bevölkerung ist, führt dieses Wasserflaschenbeispiel auch inhaltlich zu einer fächerübergreifenden Auseinandersetzung mit dem Thema von medizinischen Risiken und einer optimierten logistischen Verteilung von Ressourcen. SODIS (Solar Water Disinfection)- siehe [5] zeigt, wie mit Keimen verseuchtes Wasser unter Nutzung von Plastikflaschen und Sonneneinstrahlung das Gesundheitsrisiko für die Bevölkerung in Entwicklungsländern minimiert werden kann. Betrachtet man dieses Beispiel unter dem Blickwinkel der Ressourcenoptimierung, so wird durch Ausbildung und der Verwendung von vorhandenen Ressourcen die Anzahl von Todesfällen als Folge von Durchfallerkrankungen erheblich minimiert. Fächerübergreifend ist hier die Nachhaltigkeit der Ressourcenoptimierung von besonderer Bedeutung. Ferner rückt so auch ein soziales Lernziel in den Mittelpunkt. Der Zugang zu sauberem Wasser ist für viele Menschen auf dieser Erde zwar keine Selbstverständlichkeit, aber intelligente Strategien, Risikowahrnehmung mit entsprechender Verhaltensänderung, können dabei helfen, durch Nutzung der Sonneneinstrahlung und Plastikflaschen ohne technischen Aufwand das eigene Erkrankungsrisiko zu minimieren. Die Bedeutung von gesundheitlicher Aufklärung, Risikowahrnehmung und der entscheidenden Verhaltensänderung zeigen Altherr et. al. 2009 in [2].

#### **5. Geoinformationssysteme und Risikokarten**

Betrachtet man Geoinformationssysteme, so hängt die Ausbreitung von zahlreichen Viruserkrankung (z.B. Malaria, Chickungunya,...) von Moskitos als Krankheitsvektoren ab. Der Lebenszyklus der Moskitos hängt wiederum von Umweltbedingung ab, die die Mücken für die Entwicklung benötigen (z.B. Regenfälle, Temperatur, Feuchtigkeit, ..., siehe Bustamente et. al.[1]). Über die Repräsentation von Umweltvariablen können erste Risikokarten erstellt werden. Die Einbindung in räumliche Unterstützungssysteme (SDSS Spatial Decision Support Systems) wird in [3] (2008) veranschaulicht. Bezogen auf Lehr-Lernprozesse ist insbesondere für Entwicklungsländer das Erreichen der Bevölkerung wesentlich (Last-Mile-Problem), denn die besten Risikokarten zeigen keine Wirkung, wenn die gefährdeten Personen die Risiken nicht korrekt räumlich interpretieren und entsprechende eigene Handlungen daraus ableiten (siehe [4] 2010).

#### **6. Fazit**

Räumliche mathematische Modellbildung für medizinische Risiken und die optimierte Verteilung von Ressourcen stellt ein Themengebiet dar, das an-

gefangen von intuitiven Optimierungsstrategien im Raum bis hin zu komplexeren Ansätzen und der Nutzung von Geoinformationssystemen (GIS) ein breites Spektrum für Modellierungsaktivitäten bietet. Gleichzeitig bietet es die Möglichkeit auf weltweite Versorgungsprobleme in ländlichen Regionen aufmerksam zu machen und die Bedeutung von Umweltfaktoren auf die Gesundheit von Menschen im Kontext von mathematischer Modellbildung zu behandeln. Neben der Wertschätzung für die permanente Versorgung mit sauberem Trinkwasser in Westeuropa ist aus Sicht der mathematischen Modellbildung gerade die schrittweise Präzisierung von intuitiven Optimierungsstrategien zu verbalisierbaren und mathematisch formalisierten funktionalen Beschreibungen wesentlich. Eine vollständige Abbildung der Optimierungsstrategien durch Risiko- und Ressourcenkarten in Geoinformationssystemen ist dabei ein notwendig zu erreichendes Lernziel im Mathematischen Umweltlabor. In Analogie zur Situation in Entwicklungsländern ist die Bedeutung der Risikowahrnehmung und einer daraus resultierenden Verhaltensänderung ein zentrales Ausbildungsziel zur Optimierung im Mathematischen Umweltlabor.

## Literatur

- [1] Bustamante, D. M., Lord, C., (2010) Sources of Error in the Estimation of Mosquito Infection Rates Used to Assess Risk of Arbovirus Transmission, in: Am. J. Trop. Med. Hyg., volume 82, number 6, S. 1172-1184
- [2] Altherr, A., Mosler, H., Tobias, R., Butera, F., (2008) Health Education & Behavior; Attitudinal and Relational Factors Predicting the Use of Solar Water Disinfection: A Field Study in Nicaragua, volume 35, number 2, pages 207-220
- [3] Niehaus, E., (2008), Early Warning: Tele-medicine and Logistical Response, Technical Presentation at United Nations: Committee on the Peaceful Uses of Outer Space, Scientific and Technical Subcommittee - 45. Session - Vienna, 11-22 February 2008 (URL geprüft am 01.03.2011) <http://www.oosa.unvienna.org/pdf/pres/stsc2008/tech-01.pdf>
- [4] Niehaus, E. (2010) Technical Support for non-technical decision support for approaching the last Mile Problem, Technical Presentation at United Nations: Committee on the Peaceful Uses of Outer Space, Scientific and Technical Subcommittee: Forty-seventh session 8 - 19 February 2010 (URL geprüft am 04.03.2011) <http://www.oosa.unvienna.org/pdf/pres/stsc2010/tech-26.pdf>
- [5] Ubomba-Jaswa, E., Navntoft, C., Polo-Lopez, I., Fernandez-Ibanez, P., McGuigan, K., (2009) Photochem. Photobiol. Sci.; Solar disinfection of drinking water (SODIS): an investigation of the effect of UV-A dose on inactivation efficiency. DOI: 10.1039/B816593A