

Kathleen PHILIPP, Timo LEUDERS, Freiburg

Experimentelles Denken fördern

Der empirische Erkenntnisweg, den Peirce in seiner Theorie zum wissenschaftlichen Erkenntnisgewinn beschreibt (vgl. Peirce/Walther 1956, Meyer 2007) bietet eine Möglichkeit, experimentelles Denken als Erkenntnisprozess genauer zu fassen: Peirce nennt neben den beiden wissenschaftlichen Schlussformen Induktion und **Deduktion** eine dritte Schlussform, die **Abduktion**. Bei der Abduktion wird eine erklärende Hypothese gebildet, die neue Erkenntnisse hervorbringen kann. Der **Induktion** kommt bei Peirce die Funktion zu, eine abduktiv aufgestellte Hypothese an weiteren Einzelfällen zu prüfen. Vorweg kann ein deduktiver Zwischenschritt erfolgen, bei dem zunächst Konsequenzen aus den Voraussetzungen expliziert werden.

Alle drei Schlussformen spielen in der Mathematik eine bedeutende Rolle (vgl. auch Polya 1954). Der Fokus in diesem Projekt liegt auf den für das Mathematiklernen bedeutenden Teilprozessen der Abduktion und Induktion und klammert den Bereich der Deduktion aus, bei dem es um das Beweisen mathematischer Phänomene geht, nicht aber um das Erzeugen neuer Erkenntnisse. Im Folgenden sprechen wir bezüglich der Interaktion abduktiver und induktiver (und zum Teil auch deduktiver) Prozesse beim mathematischen Erkenntnisgewinn von „innermathematischem Experimentieren“.

Modell zum innermathematischen Experimentieren

Ziel des hier berichteten Teilprojektes war es, das empiriegestützte theoretische Modell zum innermathematischen Experimentieren (vgl. Philipp/Leuders 2010), das über die qualitative Analyse von Schülerbearbeitungsprozessen entwickelt wurde, zu validieren. Dazu wurden die mit diesem Modell verbundenen Kompetenzen hinsichtlich ihrer Struktur und ihrer Förderbarkeit im Unterricht zum Gegenstand der Untersuchung.

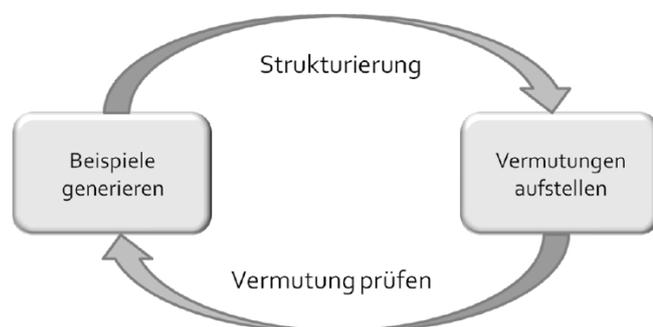


Abbildung 1: Modell zum innermathematischen Experimentieren

Hierzu wurden die in der Abbildung dargestellten experimentellen Schritte als Teilkompetenzen des innermathematischen Experimentierens gedeutet und als Ausgangsbasis für die Operationalisierung von Kompetenzen des

experimentellen Denkens genutzt sowie im Rahmen einer experimentellen Unterrichtsintervention spezifisch gefördert. Erste Ergebnisse zur Wirksamkeit des Trainings werden in diesem Beitrag vorgestellt.

Intervention

Die *Förderung experimenteller Teilkompetenzen* erfolgte in vier Phasen, die sich an bewährten Modellen für Strategietrainings orientieren (vgl. Bruder 2003, Stern 1992):

- Phase 1: Hinführungsphase zur Gewöhnung der Schülerinnen und Schüler an die Art der Aufgabenstellung
- Phase 2: Explizieren von Vorgehensweisen (Strategien) an geeigneten Ankeraufgaben
- Phase 3: Reflexion unterschiedlicher Vorgehensweisen
- Phase 4: Transfer der erlernten Vorgehensweisen auf weitere Aufgabenstellungen

Integriert wurde die Förderung in die Unterrichtseinheit „Zahlenforschung“, die im Rahmen des Projekts KOSIMA entwickelt wurde (vgl. Leuders 2012). Zur optimalen Umsetzung der Intervention wurde das Experimentieren der Schülerinnen und Schüler durch das Schreiben eines „Forschungsheftes“ sowie durch kommunikative Elemente zur Verbalisierung und Reflexion von Bearbeitungsprozessen unterstützt.

Design

Zentrale Fragestellung der Studie war: Inwiefern können Teilfähigkeiten des innermathematischen Experimentierens durch ein gezieltes Training gefördert werden? In einem Zwei-Gruppen-Design mit Experimental- (n=126) und Kontrollgruppe (n=101) wurden in einer 6. Jahrgangsstufe in der Realschule die Inhalte Teilbarkeit und Primzahlen unterrichtet. Die Experimentalgruppe nahm im Rahmen dieser Unterrichtseinheit am Training zur Förderung von experimentellen Teilkompetenzen teil, während in den Kontrollklassen dieselben Inhalte nach Schulbuch unterrichtet wurden.



Abbildung 2: Design der Interventionsstudie

Alle Klassen nahmen zu drei Zeitpunkten an einem eigens dafür entwickelten Test zur Erfassung experimenteller Teilkompetenzen teil. Um die Bedingungen der Studie zu kontrollieren wurden weitere Maßnahmen wie ge-

zielte Unterrichtsbeobachtung und schriftliche Lehrerrückmeldung zu allen Unterrichtsstunden eingesetzt.

Entwicklung von Testitems

Abgeleitet aus dem theoretischen Modell zum innermathematischen Experimentieren, wurden zwei Bereiche operationalisiert (vgl. Abbildung 1), um die Entwicklung von experimentellen Fähigkeiten erfassen zu können:

- *Strukturierung*: über die Strukturierung von Beispielen zu einer Vermutung kommen
- *Vermutung prüfen*: eine Vermutung an geeigneten Beispielen überprüfen

Zusätzlich wurden mögliche Moderatorvariablen wie Geschlecht, Noten in den Fächern Deutsch und Mathematik sowie Motivation und Selbstbild (bezüglich des Faches Mathematik) und die Fähigkeit zum induktiven Denken erfasst. Einige der Aufgaben dienten dazu, das Verständnis der jeweils darauffolgenden Aufgabe zu sichern und gingen nicht in die Analyse der Gruppenunterschiede ein. Aufgaben aus der Unterrichtseinheit wurden im Test nicht verwendet.

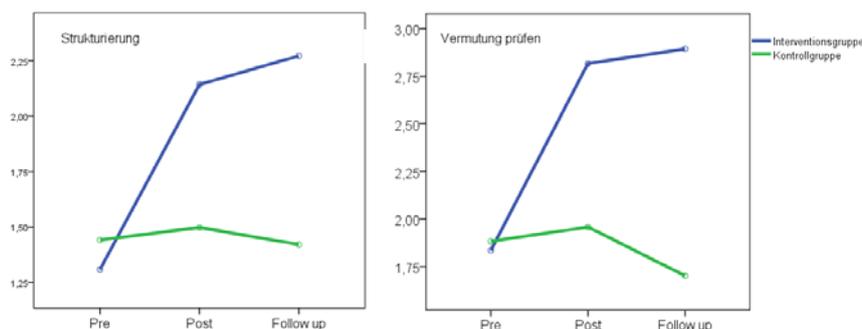
Erste Ergebnisse und Ausblick

Nach inhaltlichen Überlegungen wurden bei der Testkonstruktion zwei Bereiche (Dimensionen) unterschieden, die die Basis für die Bildung von zwei Skalen darstellten (eine höhere Ausdifferenzierung in vier Leistungsdimensionen erwies sich als empirisch nicht tragfähig).

Aufgrund der fehlenden Randomisierung der Gruppenzuteilung in diesem quasi-experimentellen Design wurde die Vergleichbarkeit der Gruppen in einer multivariaten Varianzanalyse zum ersten Messzeitpunkt geprüft. Im Bereich des Selbstbildes ergab sich hier ein signifikanter Unterschied zwischen der Experimental- und der Kontrollgruppe, so dass diese Variable bei den Gruppenvergleichen als Kovariate behandelt wurde. In allen anderen Bereichen wurden keine signifikanten Gruppenunterschiede festgestellt.

Um die Frage nach der *Wirksamkeit des Trainings* zu beantworten, wurde in beiden inhaltlichen Bereichen eine Kovarianzanalyse mit Messwiederholung durchgeführt. In beiden inhaltlichen Bereichen zeigen sich signifikante Unterschiede zwischen den beiden Gruppen. Bei der Kontrollgruppe ist zwischen dem ersten und zweiten Messzeitpunkt ebenfalls ein Zuwachs zu verzeichnen, der allerdings nicht signifikant ist. Beachtenswert ist hier auch der weitere Zuwachs der Experimentalgruppe in beiden Bereichen zwischen dem zweiten und dritten Messzeitpunkt (Follow-up Test nach sechs Wochen).

Abbildung 3:
Gruppenunterschiede in
den Bereichen
"Strukturierung" und
„Vermutung prüfen“



Die Effektstärke ist in beiden Bereichen sehr hoch (Strukturierung: $\eta^2=0,393$, Vermutung prüfen: $\eta^2=0,338$). Wir führen das darauf zurück, dass das theoretische Modell zum innermathematischen Experimentieren in einer qualitativen Studie empirisch verankert ist und damit die Intervention sehr stark an Schülerprozessen orientiert werden konnte (vgl. Philipp/Leuders 2010).

Welche Faktoren das Lernen der experimentellen Strategien im Rahmen dieser Intervention außerdem beeinflussen sowie die Frage, ob unterschiedlich starke Schülerinnen und Schüler unterschiedlich von dem Training profitieren, ist Gegenstand weiterer Analysen.

Hinweis: Die hier beschriebene Unterrichtseinheit ist eingebunden in das Forschungsprojekt „Kontexte für sinnstiftenden Mathematikunterricht“ (KOSIMA) unter Leitung von B. Barzel, S. Hußmann, T. Leuders und S. Prediger.

Literatur

- Bruder, R. (2003): Methoden und Techniken des Problemlösenlernens. Material im Rahmen des BLK-Programms „Sinus“ zur „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“. Kiel: IPN.
- Leuders, T. (in Vorbereitung für 2012): Zahlen unter der Lupe – Zahlen zerlegen und zusammensetzen (Arbeitstitel). Erscheint in: Prediger, S. / Barzel, B. / Hußmann, S./ Leuders, T. (Hrsg.): mathewerkstatt 6. Berlin: Cornelsen.
- Meyer, M. (2007): Entdecken und Begründen im Mathematikunterricht. Von der Abduktion zum Argument. Dissertation. Hildesheim: Franzbecker.
- Peirce, C. S. & Walther, E. (Hrsg.) (1965): Die Festigung der Überzeugung und andere Schriften. Baden-Baden: Agis Verlag GmbH.
- Philipp, K., Leuders, T. (2010): Innermathematisches Experimentieren – Eine empirische Analyse von Denkprozessen beim Experimentieren mit Beispielen. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2010. Münster: WTM Verlag.
- Polya, G. (1954): Mathematik und plausibles Schliessen. Band 1. Induktion und Analogie in der Mathematik. Basel und Stuttgart: Birkhäuser Verlag.
- Stern, E. (1992): Die spontane Strategieentdeckung in der Arithmetik. In: Mandl, H. & Friedrich, H.F. (Hrsg.): Lern- und Denkstrategien. Analyse und Intervention. Göttingen: Hogrefe.