

Melanie PLATZ, Landau, Engelbert NIEHAUS, Landau

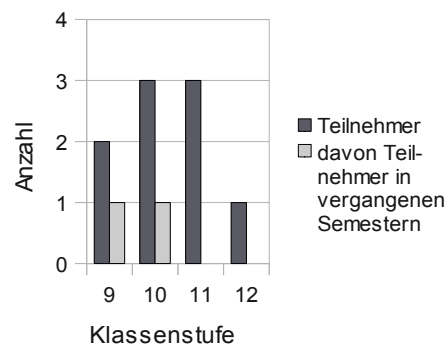
Problemlösen von Schülerinnen und Schülern mit besonderen mathematischen Begabungen

Vorge stellt werden erste Ergebnisse einer Voruntersuchung zu den Lernvoraussetzungen von Schülerinnen und Schülern (SuS) mit besonderen mathematischen Begabungen ohne Abitur für die Teilnahme an der Erstsemestervorlesung "Fachwissenschaftliche Grundlagen" (FWG) an der Universität Koblenz-Landau im WS 2010/11. Den SuS fehlen i.d.R. fachmathematische Lernvoraussetzungen für die Teilnahme an der Lehrveranstaltung. Zielsetzung ist es, die von den SuS ausgleichbaren Lernvoraussetzungen von den schwerwiegenderen, nicht ausgleichbaren zu trennen. In diesem Zusammenhang sollen erste Hypothesen aufgestellt werden, welche mathematischen Vorkenntnisse zum Verstehen der Inhalte und Bestehen des Leistungsnachweises notwendig sind. Im Rahmen dieser Lehrveranstaltung wurden die Problemlösestrategien von Frühstudierenden untersucht. Beschreibung des Vorgehens bei der Bearbeitung von Übungen zur Vorlesung durch die SuS, sowie die schriftlichen Lösungswege dieser wurden dazu analysiert. Die ersten Ergebnisse werden verwendet, um Schlussfolgerungen für die weitere Konzeption der Lehrveranstaltung FWG zu ziehen.

1. Vorlesung FWG im Wintersemester 2010/2011

Die Schüleruniversität geht auf eine Initiative von Halbritter (2000) an der Universität Köln zurück. In diesem Semester nahmen 380 Studierende, sowie 4 Schüler und 5 Schülerinnen mit besonderer mathematischer Begabung an der Vorlesung FWG teil. Folgendes Diagramm zeigt eine Eingruppierung der SuS nach Klassenstufen:

In der Vorlesung wurden Logik, Mengen und Beweisverfahren behandelt. Zudem waren Relationen und Abbildungen Gegenstand, besonders die Eigenschaften von Abbildungen. Auch Teilbarkeitskriterien, Primzahlen, gemeinsame Vielfache und gemeinsame Teiler waren Inhalt der Veranstaltung.

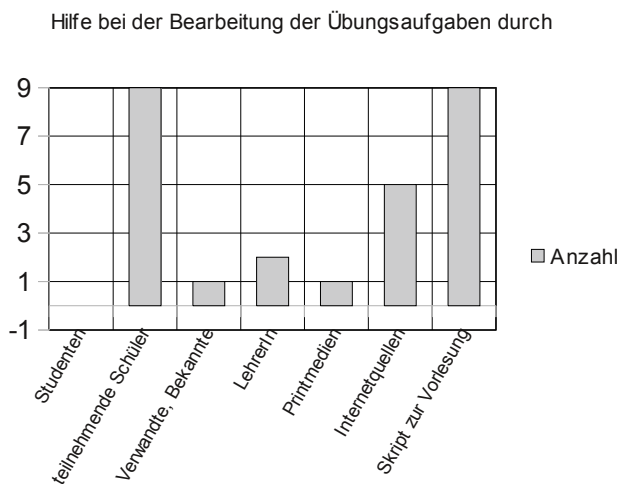


2. Untersuchungsgegenstand

Untersuchungsgegenstand waren Beiträge in der Übung, schriftliche Lösungen der wöchentlichen Übungsaufgaben (Bearbeitung in Einzel- bzw. Gruppenarbeit) und die Schülerlösungen der Klausur. Bei guter (bzw. sinnvoller) Bearbeitung der Übungsaufgaben konnte man bis zu 5 Prozent Son-

derpunkte bei der Klausur erreichen. 9 SuS nahmen an einer Übung separiert von Studierenden teil, um einerseits Lernprozesse und die Kooperation zwischen den SuS besser beobachten zu können und andererseits Hemmungen, vor Studierenden falsche Beiträge zu leisten, zu minimieren. Den Hemmungen bei der Präsentation von unvollständigen Lösungen steht die Selbstwirksamkeit und Frustrationstoleranz bei der Entwicklung von Lösung gegenüber (vgl. Pajares 1996). Dennoch durften die SuS auch an den regulären Übungen der Studierenden teilnehmen. Drei SuS nahmen dieses Angebot aufgrund besserer Eignung des Termins an, wechselten dann aber zwecks zu langsamem Fortschritt wieder zurück in die separierte Übung. An der Klausur nahmen 4 Schülerinnen und 4 Schüler teil, eine Schülerin verlor im Laufe der Veranstaltung das Interesse und nahm nicht teil. Folgendes Diagramm bietet einen Überblick über die Hilfestellungen, welche die SuS bei der Bearbeitung der Übungsaufgaben in Anspruch nahmen:

Ein Schüler der Klassenstufe 9 lieferte besonders interessante Beobachtungsergebnisse. Diese sollen nun exemplarisch beschrieben werden, waren allerdings bei den meisten anderen SuS ebenso zu beobachten, zum Teil weniger ausgeprägt. Der eben genannte Schüler nahm bereits im WS 09/10 und im SS 10 an der Schüleruniversität teil. Er konnte sich mit Fragen sowohl an seine Eltern, als auch an seine Lehrer wenden. Als einziger recherchierte er in Büchern. Er bearbeitete immer die Übungsaufgaben und war stets anwesend. Bei der schriftlichen Lösung einer Übungsaufgabe des Schülers war folgendes zu beobachten: Um eine Aussage zu beweisen wendete er die Inverse-Elementeigenschaft der Gruppe ($\square, +$) an, obwohl Gruppen in der Veranstaltung FWG nicht behandelt wurden. Im WS 09/10 besuchte der Schüler allerdings die Veranstaltung Kryptologie, in der das Thema Gruppen ein Gegenstand war. Eine Analogiebildung ist feststellbar. Die Strategie des Rückwärtsarbeitens (von einem falschen Taschenrechnerergebnis) wird durch folgenden Problemlöseprozess in der Übung deutlich: Aufgrund eines Klammersetzungsfehlers bei der Berechnung einer Summe mit seinem Taschenrechner, zweifelte er die Gültigkeit der Methode zum Aufspalten einer Summe aus der Vorlesung an. Dies änderte sich auch nicht durch Anfragen an weitere „mathematische Experten“, die ihm ebenfalls die Korrektheit der Methode aus der Vorlesung bestätigten. Die Überzeugung, dass der Taschenrechner korrekt rechnet, führte ihn zu der Notwendigkeit, die Regel zur Aufspaltung der Summe durch Rückwärtsarbeiten so abzuändern, dass das Taschenrechnerergebnis zur Formel passte. Erst durch die Alternativberechnung mit einem Tabellenkalkulationsprogramm zweifelte er sein Taschenrechnerergebnis an - war dann aber der Meinung, einen Programmierungsfehler des Taschenrechners entdeckt zu haben. Erst als ein weiterer Teilnehmer an der Schüleruniversität ihn auf



seinen Klammersetzungsfehler aufmerksam machte, gestand er sich seinen Fehler ein. Dies zeigt exemplarisch, dass auch SuS mit besonderen mathematischen Begabungen in bestimmten Fällen eher auf die Zuverlässigkeit maschineller Berechnungen als auf die eigene logische Analyse, oder auf die Inhalte in der Vorlesung bzw. die Anmerkungen der Mitschüler vertrauen. Auffällig war

ebenso, dass der Schüler häufig den Ansatz von Aufgaben richtig bearbeitet, dann aber, bei Problemen der Weiterführung, bevorzugt den Ansatz mit der Lösung zu einer anderen Aufgabe fortzuführen, bei deren Richtigkeit er sich sicher ist. Als Beispiel ist eine vollständige Induktion zu nennen. Induktionsanfang und -voraussetzung wurden korrekt aufgeschrieben, aber der Induktionsschritt stammt von einer anderen Induktionsaufgabe. Durch die herausgehobene Stellung im Mathematikunterricht und durch die Teilnahme an der Schüleruniversität sind für ihn wahrscheinlich falsche Lösungen inakzeptabel. Bevor er eine falsche Lösung notierte, zog er das Aufschreiben einer korrekten, nicht zur Aufgabenstellung passenden Lösung vor. Dieses Verhalten war analog auch bei mehreren anderen SuS zu beobachten, die in der Klausur ganze Aufgaben nicht bearbeiteten, um unvollständige oder fehlerhafte Lösungen zu vermeiden. Insgesamt zeigten die SuS bei fehlenden Lernvoraussetzungen eine schnelle Auffassungsgabe. So konnte z.B. der Begriff der Fakultät und die Potenzrechnung, die einer Schülerin der Klassenstufe 9 noch als Lernvoraussetzungen fehlte, nach kurzer Einführung selbst in der Klausur sicher angewendet werden.

3. Fazit

Die SuS zeigten folgende Problemlösestrategien: Sie orientierten sich stark an Bekanntem und an „Expertenwissen“. Es wurde das Rückwärtsarbeiten und die Analogiebildung angewendet. Die SuS sahen keinen Wert in der Zerlegung eines Problems in Teilprobleme, „Nur korrekte Lösungen sind von Wert.“. Als Lernvoraussetzungen zum Verstehen der Inhalte und zum Bestehen der Klausur haben sich folgende herausgestellt: Vermutlich reichen die Vorkenntnisse der Klassenstufe 9 bei mathematisch begabten SuS aus, da fehlende Lernvoraussetzungen schnell aufgearbeitet werden kön-

nen. Obwohl alle SuS die abschließende Klausur bestanden haben, ist ein entscheidendes Lernziel für die weitere Konzeption der Teilnahme von SuS an der Veranstaltung das Ablegen der „Fehlervermeidungsstrategie“ und die Förderung des Mutes, zur Präsentation von unfertigen und u.U. fehlerhaften Teillösungen. Der Mut zur Präsentation von Teillösungen ermöglicht die Kooperationsfähigkeit zwischen SuS (die SuS kooperierten erst sehr spät, nach ca. 9 Wochen, untereinander) und letztlich auch zwischen Studierenden und Schülern im Rahmen der Schüleruniversität. D.h., dass von Beginn an die Wertschätzung von unfertigen Teillösungen bei sich und bei anderen SuS gefördert werden sollte. Für die Integration der SuS in die Konzeption der Lehrveranstaltung FWG ergeben sich folgende Konsequenzen: Zielsetzung ist ein generisches Konzept, das den Grad der Kooperation zwischen SuS und Studierenden an der Lernvoraussetzungen der beteiligten Studierenden orientiert. Dazu könnten je nach Kapazität spezielle Tutorien nur für die SuS angeboten werden, in denen wenige Studierende der unteren Semester mit Beobachtungsaufgaben im Rotationsprinzip hospitieren können. Für das kooperative Problemlösen mit den SuS eignen sich Studierende der höheren Semester, die bereits didaktische Erfahrungen gesammelt haben. Als Bachelorarbeit könnten „Patenschaften“ von SuS durch Studierende übernommen werden. Jedem Studierenden wird dabei ein/ -e Schüler/ -in zugeordnet, den/ die er während der Lehrveranstaltung mit Forschungsfragen aus der Bachelorarbeit begleitet, beobachtet und dem/ der betreuten Schüler/-in im Gegenzug für Fragen zur Verfügung steht. Darüber hinaus könnte den Schülerstudierenden zukünftiger Semester eine schriftliche Zusammenstellung fehlender Lernvoraussetzungen der Schülerstudierenden vergangener Semester zur Verfügung gestellt werden, um der Lehrveranstaltung FWG besser folgen zu können. Auch für die teilnehmenden Studierenden könnte diese Zusammenfassung hilfreich sein.

Literatur

- Halbritter, Ulrich (2001) Projektseite Schüleruniversität der Universität zu Köln, http://www.mi.uni-koeln.de/Math-Net/mn_categories/pages/hochbegabten.html (28.02.2011)
- Warlich, L. (2006). *Grundlagen der Mathematik für Studium und Lehramt*. Norderstedt: Books on Demand GmbH.
- Tücke, M. (2005): *Schulische Intelligenz und Hochbegabung für (zukünftige) Lehrer und Eltern*. Münster: LIT Verlag (Osnabrücker Schriften zur Psychologie; Bd. 9).
- Vock, M.; Preckel, F.; Holling, H. (2007): *Förderung Hochbegabter in der Schule*. Göttingen: Hogrefe-Verlag.
- Wagner, H.; Zimmermann, B. (1986): *Identification and Fostering of Mathematically Gifted Students*. (Educational Studies in Mathematics 17, p. 243 - 259).