

Stephan ROSEBROCK, Karlsruhe

Begabungs- und Kreativitätsförderung aus Sicht der Mathematik und der Mathematikdidaktik

Diese Vortragsnotizen sind eine Zusammenfassung von Rosebrock (2011).

1. Warum Mathematikunterricht?

Der Mathematikunterricht an den Schulen ist vielfachen Zwängen unterworfen. Zum Beispiel müssen die Schülerinnen und Schüler gewisse mathematische Fähigkeiten erlangen, die zur Bewältigung von Alltag und Berufsleben unabdingbar sind. Stoff muss beherrscht werden, um von der Haupt- oder Realschule in eine höhere Schulform aufsteigen zu können und Ähnliches mehr.

Steht man nicht unter diesen Zwängen, stellt sich die Frage, was man mit Mathematikunterricht erreichen will. Was ist das Zentrale in der Beschäftigung mit Mathematik um das es uns geht, wenn es nicht spezielle geforderte mathematische Inhalte sein müssen? Es soll uns die Frage leiten, was die Mathematik überhaupt leisten kann. Wie kann die Beschäftigung mit Mathematik zur Begabungsförderung, zu der Befähigung sein Leben selbst in die eigenen Hände nehmen zu können, beitragen? Das kann nur durch die Mathematik selbst geschehen. Soll durch Mathematik Begabung gefördert werden, so kann das nur gelingen, indem Gelegenheit gegeben wird, Mathematik zu betreiben. Aber: Was heißt das, „Mathematik treiben“?

2. Was ist „Mathematik treiben“?

Vielleicht hilft ein Blick darauf, wie Mathematiker mit Mathematik umgehen. Unter „Mathematik“ möchte ich hier nicht das Lösen von Rechenaufgaben, und seien sie noch so kompliziert, verstehen. Diese Art Mathematik, im Prinzip alles, was ein Computer lösen kann, ist leider immer noch das, was oft in der Schule unter Mathematik verstanden wird. Mathematik ist aber viel mehr als das. Hier soll es bei dem Begriff „Mathematik“ um das kreative Schaffen mathematischer Erkenntnisse gehen, die zumindest für den Mathematiktreibenden neu sind. Zweifelsohne sind Mathematiker kreativ beim Mathematik machen. Wie „machen“ sie aber Mathematik?

Denken Mathematiker über Mathematik nach, so sind sie in ihrem Denken zuallererst frei. Nicht ein Lehrer sagt ihnen, „löse diese oder jene Aufgabe“, sondern sie entscheiden selbst, wann sie, und insbesondere über was sie und wie sie nachdenken. Der Ertrag des Unterrichts beim Problemlösen wird „um so größer, je weniger man den Schüler führt, je mehr Freiheit und Selbständigkeit man ihm gewährt.“ (Metzger, 1973, S. 13). Freiheit muss

bestehen in der Art und Weise, sich einem gegebenem Problem zu nähern. Dieses Stück Freiheit ist für kreatives Arbeiten unabdingbar.

Mathematiker begehen bei der Beschäftigung mit Mathematik oft, sogar meistens, Irrwege. Von 100 Versuchen, sich einem mathematischen Begriff zu nähern, führen 99 zu nichts. Man darf daraus aber nicht schließen, dass diese Versuche sinnlos waren. Der Mathematiktreibende hat dabei Erkenntnisse gewonnen, die zwar meistens nicht direkt formulierbar, trotzdem aber wichtig zur eigentlichen Lösung des Problems sind. Intuitiv hat sich bei den Fehlversuchen ein Verständnis des Problemkreises ergeben.

Ein dritter zentraler Punkt bei der Beschäftigung mit Mathematik betrifft die Art und Weise wie Mathematiker sich Inhalten nähern. Mathematiker nähern sich nicht systematisch nach streng formalen oder logischen Kriterien dem Gegenstand der Forschung. Das Gegenteil ist der Fall. Mathematiker gleichen eher kleinen Kindern, die versuchen, einen Turm aus Holzklötzen zu bauen. Mit Mathematik wird gespielt, immer wieder werden Erkenntnisse im Kopf aus verschiedenen Blickwinkeln betrachtet, Beispiele durchgespielt, Dinge ausprobiert. Eine gewisse Offenheit im Denken ist notwendig, Erkenntnisse sind nicht zu erzwingen. Mathematiker versuchen in erster Linie Phänomene zu verstehen und zwar wild und chaotisch. Keinerlei Denkschemen können dabei helfen, sondern das Denken hat intuitiven Charakter.

Weil kreatives Denken diesen intuitiven Charakter trägt, lässt es sich nicht mit Tricks, mit Brainstorming oder mechanischem Üben in welcher Form auch immer, erzwingen. Der Modellierungskreislauf, der in die didaktische Literatur auf breiter Front Einzug gehalten hat, darf nicht als Reihenfolge des Bearbeitens einer Aufgabe missverstanden werden. Trotzdem spielen gewisse Techniken eine Rolle, der sich ein Mathematiker auch bedient. Diese Techniken erlernt man aber durch Erfahrung, eben beim Mathematiktreiben. Gezieltes Trainieren von speziellen Techniken ist von daher nicht notwendig. Diese Techniken betreffen selten die eigentlich kreativen Momente des Mathematiktreibens.

In einem gewissen Sinn ist mathematisches Denken losgelöst von Zielen. Sicher, zumindest manchmal wollen Mathematiker ein klar definiertes Problem lösen und ihr Denken zielt letztendlich auf das gegebene Problem. Trotzdem wird fast immer versucht, ein Phänomen oder mathematisch gegebene Objekte zu verstehen und nicht direkt über ein gegebenes Problem nachgedacht. Lösungen für Probleme ergeben sich zum Beispiel nach Verallgemeinerungen verstandener Phänomene manchmal einfach von selbst.

Mathematiker beweisen beim Arbeiten ein gewisses Durchhaltevermögen. Es kann Jahre oder sogar Jahrzehnte dauern, oder auch gar nicht gelingen, bis man ein Problem, an dem man arbeitet, gelöst hat. Offene Fragestellungen in der Mathematik sind meist so schwer, dass kurzfristige, schnelle Erfolge nicht erwartet werden können.

Schließlich ist zum Mathematiktreiben eine gewisse Konzentration nötig. Die kann bei Mathematikern sehr intensiv werden und führt zum beliebten Bild des zerstreuten Mathematikers. Um Konzentration zu ermöglichen, braucht man Zeit. Das Herausnehmen von Tempo (wer hat als erster die Lösung?) und anderen Nebenzielen (ich will besser sein als Person X, o.ä.) ist Voraussetzung für ein vollständiges sich einlassen auf einen Problemkreis was wiederum erst die Konzentration ermöglicht.

Es soll nicht der Eindruck entstehen, Mathematik sei grundsätzlich chaotisch, unstrukturiert und ziellos. Hat ein Mathematiker intuitiv Erkenntnisse gewonnen, werden die in einer zweiten Phase aufgeschrieben und meistens mit Kollegen durchgesprochen. Dann präzisieren und strukturieren sich die Erkenntnisse und man gewinnt so Klarheit. Aus dem Durcheinander im Kopf werden klar formulierte Theoreme, die den erkannten Sachverhalt abstrahieren.

3. Mathematik in der Schule

Was bedeutet das alles für die Begabtenförderung in Mathematik? Mathematische Förderung sollte heißen, den Schülern Gelegenheit zu geben, Denkprozesse kennen zu lernen, die die obigen Eigenschaften erfüllen. Es wird kaum möglich sein, dass Kinder alle obigen Denkprozesse, wie Erwachsene, schon in frühem Alter lernen können. Ansätze davon lassen sich aber bereits im Grundschulalter und erst recht in der Sekundarstufe erleben.

Warum ist das Kennenlernen dieser Denkprozesse wichtig? Mathematisches Denken ist eine spezifische Weise, die Welt zu sehen. Einer autonomen Persönlichkeit sollte ermöglicht werden, dieses Denken kennenzulernen, um selbst solche Denkprozesse nutzen zu können. Regelbehafteter Mathematikunterricht, wie er heute noch weit verbreitet ist, verhindert eigenständiges Denken.

Wie müssen kreativitätsfördernde Aufgaben oder Materialien also aussehen? Wie ermöglicht man Lernenden die oben genannten Denkprozesse?

- Freiheit im Denken ist nur möglich, mit einer gewissen Offenheit einer Aufgabe. Materialien muss man sich auf verschiedenen Weisen nähern können.

- Es sollte bei der Beschäftigung mit einem Material oder einem Problem etwas zu entdecken geben. Im Hintergrund muss substanzielle Mathematik stehen, auch wenn diese nicht mit der Lösung des gestellten Problems vom Schüler in allen Einzelheiten durchdrungen wird.
- Es muss Zeit genug geben, ein Problem zu durchdringen. Komplexe Prozesse, wie die oben beschriebenen, kann man nicht beliebig beschleunigen. Umwegen und Fehler müssen Raum gegeben werden und das braucht Zeit. Auch das Umfeld muss entsprechend sein: Papier zum Notieren muss da sein, Ruhe und eine freundlich gestaltete Umgebung, usw. Im Mathematikunterricht sollte das Ziel für den einzelnen Schüler niemals sein, der Erste, der Schnellste, der Beste zu sein. Solche Sekundärziele verhindern mathematische Denkprozesse.
- Aufgaben müssen keinesfalls immer anwendungsorientiert sein. Unnütze Verzierungen können sogar den Blick auf das Wesentliche verstellen. Ein Schüler ist nicht unbedingt motivierter, sich mit einem mathematischen Problembereich zu beschäftigen, wenn er weiß, dass es Anwendungen dazu gibt. Die Motivation zur Mathematik kann letztlich nur aus der Sache selbst kommen.
- Die Aufgabenstellung sollte leicht verständlich und motivierend sein. Sie ist idealerweise sofort klar. Es kann sinnvoll sein, eine Aufgabe anwendungsorientiert zu beschreiben, weil sie so verständlicher wird.
 - Im Idealfall ist eine Aufgabe gerade so schwer für den Lernenden, dass er nicht nach kurzem Überlegen die Lösung hat, andererseits aber auch beginnen kann zu denken, ohne dass die Komplexität ihn völlig überfordert.
- Schüler müssen lernen, dass es Probleme gibt, die man nicht in fünf Minuten lösen kann. Schüler sollten dazu ermutigt werden, an Problemen „dranzubleiben“, auch wenn sie aufgeben wollen.

Literatur

Devlin, K. (2003): Das Mathe-Gen, dtv München.

Metzger, W. (1973): Wie kann man Kreativität im mathematischen Unterricht fördern? In Bayerische Schule, 26, 115-118.

S. Rosebrock (2011): Begabungs- und Kreativitätsförderung aus Sicht der Mathematikdidaktik. Erscheint in S. Rosebrock, C. Schenz, M. Soff (Hrsg.); Von der Begabungsförderung zur Begabungsgestaltung – Vom kreativen Umgang mit Begabungen in Mathematik; LIT-Verlag.