

Stanislaw SCHUKAJLOW, Kassel

Entwicklung von multiplen Lösungen bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben

1. Konstruktivistische Lerntheorien, Flexibilität und Mobilität von Wissen

Ein wichtiges Forschungsfeld der Lehr-Lernforschung ist die Untersuchung der Frage, wie Wissen und Kompetenzen so vermittelt werden können, dass diese bei Bedarf von Lernenden auch aktiviert werden. Kognitionspsychologisch betrachtet, bedeutet das, statt „träges“ Wissen zu erzeugen (Renkl, 2001) kognitiv anregende Lernumgebungen zu gestalten, in denen mobiles, vielfach einsetzbares, flexibles Wissen erworben werden kann. Die Erhöhung der Flexibilität und der Mobilität des Wissens ist ein Thema in verschiedenen konstruktivistisch orientierten Lehr-Lerntheorien und -konzeptionen. Beispielweise nimmt in der kognitiven Theorie von Aebli der Begriff des Durcharbeitens eine zentrale Stellung ein (Aebli, 1983). Demnach soll die Struktur des Lerngegenstandes im Lernprozess durch vielfältige Übungen erfasst werden. Dabei wird das neue Wissen in das alte Begriffsnetz integriert und mit anderen Begriffen vernetzt. Solch eine intensive Vernetzung des neuen Wissens erhöht seine Mobilität, da der Zugriff darauf von verschiedenen Begriffen aus ermöglicht wird. Nun ist es für eine Person leichter, auf das Erlernete bei Bedarf zurückzugreifen.

Ein ähnlicher Wirkungsmechanismus wird in der cognitively flexible theory postuliert (Spiro, Coulson, Feltovich & Anderson, 1988). Spiro u.a. plädieren dafür, einen Lerngegenstand aus verschiedenen Perspektiven zu betrachten. Auf diese Weise können mehrere mentale Repräsentationen aufgebaut werden. Indem der Lerner nun diese einzelnen Repräsentationen zu einer kohärenten, multiplen, mentalen Repräsentation verbindet, schafft er ein flexibles, vielfältig einsetzbares Wissen.

Die genannten Vernetzungsprozesse in Mathematik können u.a. durch die Behandlung von multiplen Lösungen in Gang gesetzt werden (siehe Analyse der Gründe für die Behandlung von multiplen Lösungen bei Schukajlow & Blum, im Druck). Die derzeit vorliegenden empirischen Untersuchungen hierzu betreffen vor allem die Erforschung der gängigen Unterrichtspraxis in Bezug auf den Einsatz von multiplen Lösungswegen. So schreiben Silver et al. (2005), dass die Fähigkeit, eine Aufgaben mit verschiedenen Mitteln zu lösen, zwar mittlerweile zum didaktischen Standard gehört, in der Unterrichtspraxis aber selten umgesetzt wird. Lehrkräfte erklären ihre häufigen Präferenzen für einen Lösungsweg durch die Gefahr, Schüler bei der Präsentation mehrerer Lösungswege zu überfordern. In der Tat bringen ver-

schiedene Lösungswege erst dann einen Vorteil, wenn es gelingt diese zu verstehen und aufeinander zu beziehen. Somit reicht es vermutlich nicht, verschiedene Wege zu einer Aufgabe lediglich aufzuschreiben oder gar diese an verschiedenen Aufgaben ohne Gegenüberstellung nacheinander zu präsentieren. Die Lernenden sollten angehalten werden, über Vor- und Nachteile einzelner Lösungswege zu diskutieren und den Lerngegenstand dadurch mental zu durchdringen.

2. Untersuchungen zur Behandlung von multiplen Lösungswegen

Die ersten empirischen Erkenntnisse zu möglichen Unterrichtsszenarien bei der Behandlung von multiplen Lösungswegen liegen bereits vor. Die amerikanische Arbeitsgruppe um B. Rittle-Johnson und J. Star hat z.B. festgestellt, dass eine Gegenüberstellung von multiplen Lösungswegen bei der Bearbeitung von linearen Gleichungen für die Schüler mit ausreichendem Vorwissen besonders günstig erscheint (Rittle-Johnson & Star, 2007). W hingegen dieses Unterrichtsszenarium für die Schüler ohne Vorwissen keine optimale Lerngelegenheit anbietet. Eine Lernvoraussetzung des Erfolgs dieser Unterrichtsmethode ist die Kenntnis mindestens eines Lösungswegs bei der Lösung von linearen Gleichungen. Andernfalls werden Schüler durch die Gegenüberstellung von zwei unbekanntem Lösungswegen kognitiv überfordert. Ein weiterer wichtiger Baustein in der untersuchten Unterrichtsvariante war der Austausch von Lernenden über die Lösungswege bei der Bearbeitung von linearen Gleichungen im Rahmen der Partnerarbeit. Durch die Lösungsbeispiele und gezielte Verstehensfragen angeleitete kooperative Arbeit führte zur Erhöhung des prozeduralen und konzeptuellen Wissens sowie zur stärkeren kognitiven Flexibilität.

Die Wirkung der Behandlung mehrerer Lösungswege auf Wissen und Kompetenzen wurde bisher bei Textaufgaben, sowie bei innermathematischen Aufgaben überprüft und mehrheitlich ihre positive Wirkung bestätigt. Als Lernmethode wurde in den vorliegenden empirischen Studien der Unterricht mit Lösungsbeispielen verwendet. Auch bei der Modellierungskompetenz wird eine positive Wirkung der Entwicklung und Gegenüberstellung verschiedener Lösungswege auf Schülerleistungen vermutet und als ein Teil der so genannten operativ-strategischen Unterrichtskonzeption im Rahmen des DISUM-Projektes implementiert (Blum, im Druck).

3. Multiple Lösungen beim Bearbeiten von Modellierungsaufgaben

Die Analyse der Lösungsräume, die bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben vorhanden sind, zeigt, dass diese im Allgemeinen größer als bei geschlossenen Aufgaben sind. Neben multiplen Lösungswegen sind bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben auch multiple Ergebnisse

möglich. Multiple Lösungswege und multiple Ergebnisse konstituieren zusammen multiple Lösungen einer Aufgabe. Verschiedene Lösungswege können durch die Auswahl verschiedener mathematischer Werkzeuge gewählt werden. Multiple Ergebnisse werden vor allem durch verschiedene Annahmen bei der Konstruktion eines Realmodells ermöglicht.

Die Gelegenheit, multiple Ergebnisse durch verschiedene Annahmen zu erstellen, ist für Schüler eher ungewohnt. Einige der Lernenden sind durch diese Möglichkeit verunsichert, da diese zu ihrem Mathematikbild nicht passt (Schukajlow, Blum & Krämer, im Druck). Eine offene Frage ist deshalb, wie diese Eigenschaft der Modellierungsaufgaben im Unterricht produktiv genutzt werden kann. Diese, wie auch andere Fragen des Umgangs mit multiplen Lösungswegen und multiplen Ergebnissen bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben, werden im DFG-Projekt MultiMa (Multiple Lösungen im selbständigkeitsorientierten Mathematikunterricht) untersucht. In der ersten Phase des Projekts MultiMa sind Laborsitzungen geplant, in denen die Möglichkeit der Entwicklung von multiplen Lösungen durch Schüler untersucht werden soll. In der nächsten Projektphase wird ein Test entwickelt, der dann in einer experimentellen Vergleichsstudie eingesetzt werden soll. In dieser Studie soll die Wirkung der Behandlung von multiplen Lösungen auf den Erwerb von Modellierungskompetenz sowie auf Einstellungen und Überzeugungen der Schüler in selbständigkeitsorientiertem Unterricht untersucht werden.

Literatur

- Aebli, H. (1983). Zwölf Grundformen des Lehrens. Eine allgemeine Didaktik auf psychologischer Grundlage. Stuttgart: Klett-Cotta.
- Blum, W. (im Druck). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri & G. Stillman (Hg.), Trends in the teaching and learning of mathematical modelling - Proceedings of ICTMA14. New York: Springer.
- Renkl, A. (2001). Träges Wissen. In D. H. Rost (Hg.), Handbuch Pädagogische Psychologie (S. 717-721). Weinheim: Hogrefe.
- Rittle-Johnson, B. & Star, J. R. (2007). Does comparing solution methods facilitate conceptual and procedural knowledge? An experimental study on learning to solve equations. *Journal of Educational Psychology*, 99(3), 561-574.
- Schukajlow, S. & Blum, W. (im Druck). Zur Rolle von multiplen Lösungen in einem kompetenzorientierten Mathematikunterricht. In K. Eilerts, A. H. Hilligus, G. Kaiser & P. Bender (Hg.), Kompetenzorientierung in Schule und Lehrerbildung - Perspektiven der bildungspolitischen Diskussion, der empirischen Bildungsforschung und der Mathematik-Didaktik. Festschrift für Hans-Dieter Rinkens. Münster: LIT Verlag.
- Schukajlow, S., Blum, W. & Krämer, J. (im Druck). Förderung der Modellierungskompetenz durch selbständiges Arbeiten im Unterricht mit und ohne Lösungsplan. *Praxis der Mathematik in der Schule*.

- Silver, E. A., Ghouseini, H., Gosen, D., Charalambous, C. Y. & Font Strawhun, B. T. (2005). Moving from rhetoric to praxis: Issues faced by teachers in having students consider multiple solutions for problems in the mathematics classroom. *Mathematical Behavior*, 24, 287-301.
- Spiro, R. J., Coulson, R. L., Feltovich, P. J. & Anderson, D. K. (1988). *Cognitiv Flexibility theory: Advanced knowledge aquisition in ill-structured domains*. The tenth annual conference of the cognitive science society (S. 375-383). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.