

Franziska SIEBEL, Heidelberg

## **Lernende unterstützen auf dem Weg von der Arithmetik zur Algebra**

Schon vor der Einführung der formalen Sprache der Algebra lässt sich mit geeigneten arithmetischen Aufgabenformaten, wie operativen Aufgabensequenzen und Formaten zur Strukturerkennung, algebraisches Denken fördern. Zentral hierfür ist es, sich vom Konkreten zu lösen und das Allgemeine zu erkennen, das Allgemeine zu beschreiben sowie eine Haltung zu entwickeln, nach Mustern zu suchen und sie allgemein zu beschreiben (vgl. etwa Siebel/Fischer 2009). Doch wie können Lehrkräfte Lernende bei der Bearbeitung solcher Aufgaben geeignet unterstützen? In diesem Beitrag werden verschiedene Typen von Lernhilfen nach Zech in Bezug auf die Förderung algebraischen Denkens an Beispielen dargestellt und erste Hinweise zur Orientierung an diesen Hilfestellungen angeführt. Damit wird ein kurzer Einblick in ein aktuelles Forschungsprojekt gegeben.

Ausgehend von einem konstruktivistischen Verständnis von Lernen unterscheidet Zech in seiner Taxonomie möglicher Lernhilfen beim Problemlösen Motivationshilfen, Rückmeldungshilfen, allgemein-strategische Hilfen, inhaltsorientierte strategische Hilfen und inhaltliche Hilfen (vgl. Zech 2002, S. 315ff). Weil Motivationshilfen wie „Du schaffst das!“ oder „Die Aufgabe ist nicht so schwierig.“ nicht lernzielspezifisch sind, werden sie deshalb hier nicht weiter betrachtet.

Unter *Rückmeldungshilfen* versteht Zech Hilfen, „die dem Lernenden Auskunft darüber geben, ob er richtig oder falsch liegt bei seinen Lösungsbemühungen.“ (Zech 2002, S. 316). Betrachten wir ein Beispiel: Mit dem Kommentar „Aber ihr seid schon ganz nah dran.“ meldet die Lehrkraft zurück (ungeachtet einer möglichen Absicht zu motivieren), dass die bisherigen Bemühungen nicht nur korrekt sondern auch schon fast vollständig sind. Auch mit dem Hinweis „Nun habt ihr gemerkt, **wie** es sich verändert. Könnt ihr auch jetzt auch erklären, **warum** es sich so verändert?“ meldet die Lehrkraft nicht nur zurück, dass die bisherigen Überlegungen korrekt waren. Sie gibt auch Auskunft darüber, welcher Teil der Ausgangsfrage noch nicht beantwortet wurde. Rückmeldungen können also Aufschluss darüber geben, wie die bisherigen Lösungsbemühungen im Hinblick auf

die Gesamtanforderung einzuschätzen sind und Orientierung für weitere Arbeitsschritte geben. Insbesondere lassen sich auch verschiedene Teilaspekte des Lösungsprozesses ansprechen und deutlich machen, etwa „okay, alle Summen sind richtig berechnet, jetzt müsst ihr aber noch das Muster untersuchen.“ Mit Rückmeldungen kann sowohl direkt als auch indirekt der Fokus im Lösungsprozess thematisiert werden (etwa: Wird genügend auf Muster geachtet?) und die Bedeutung einer Teillösung oder Teilprozesses in Beziehung zum Gesamtprozess gesetzt werden.

Zech unterscheidet zwei Typen strategischer Hilfen: *Allgemein-strategische Hilfen*, die „auf fachübergreifende bzw. allgemeine fachliche Problemlösungsmethoden aufmerksam machen“ und *inhaltsorientierte strategische Hilfen*, die „auf stärker fachbezogene [...] bzw. auf allgemeine Problemlösungsmethoden – verbunden mit einem inhaltlichen Aspekt – aufmerksam machen“ (Zech 2002, S. 316f). Betrachten wir wieder ein Beispiel: Nachdem Lisa und Nina eine halbe Stunde lang Summen verschiedener Pentominos auf der Hundertertafel berechnet haben, um die Lage des Pentominos mit der Summe 290 zu finden, werden sie von der Lehrkraft unterbrochen: „Jetzt schau’n wir mal ganz kurz.“ Begleitend deutet sie auf die Hundertertafel. Durch die Aufforderung zum Hinschauen regt sie einen Moment des Inne-Haltens an. Dies ist eine allgemein-strategische Hilfe. Die Geste zur Hundertertafel lässt sich allgemein als Hinweis deuten, vorhandenes Material zu nutzen und einen Perspektivwechsel zu vollziehen, also ebenfalls als allgemein-strategische Hilfe. Die allgemein-strategische Hilfe wird zu einer inhaltsorientierten, wenn auf die Struktur der Hundertertafel gedeutet wird, also auf das konkrete Material des spezifischen Aufgabenformats eingegangen wird.

Um Muster und Strukturen zu erkennen, ist häufig ein Perspektivwechsel hilfreich. Dieser kann angeregt werden durch allgemein-strategische Hilfen, wie einen Moment des Innehaltens, einen Medienwechsel, systematisches Notieren von Daten oder der Suche nach Mustern. Diese Hilfen werden zu inhaltsorientierten strategischen Hilfen, wenn man sich konkret auf das jeweilige Aufgabenformat bezieht, etwa bei Impulsen wie „Welches Muster hat dieses Pentomino?“.

Zur letzten Kategorie gehören *inhaltliche Hilfen*, also solche, die „spezielle Hinweise geben auf vorgeordnete Begriffe und Regeln, auf bestimmte Zu-

sammenhänge zwischen diesen, auf ganz bestimmte Hilfsgrößen oder Hilfslinien“ (Zech 2002, S. 317). Wann eine Hilfe als inhaltlich eingestuft wird, hängt u.a. vom Lernziel ab, wie das folgende Beispiel zu strukturierter Aufgabenpäckchen zeigt: Wird vor der individuellen Bearbeitung strukturierter Päckchen eines beispielhaft im Klassengespräch an der Tafel bearbeitet und dabei Lösungsstrategien zur Mustererkennung und eine beispielhafte Notation eines Musters vorgegeben, handelt es sich um eine inhaltsorientierte strategische Hilfe zur Berechnung der Teilaufgaben. Für eine Förderung algebraischen Denkens steht eine Mustererkennung und –beschreibung jedoch im Vordergrund, somit sind der Erwerb mathematischer Strategien zum Verallgemeinern und einer Sprache zur allgemeinen Beschreibung Lernziele. Hinsichtlich dieses Lernziels muss die Hilfe als inhaltliche eingeordnet werden. Das jeweilige Lernziel bestimmt also maßgeblich, die Einordnung der Interventionen.

Ziel des Forschungsprojekts ist es, die Taxonomie möglicher Lernhilfen beim Problemlösen nach Zech auszdifferenzieren und zu konkretisieren für die Förderung algebraischen Denkens bei der Bearbeitung arithmetischer Aufgabenformate. Damit soll sowohl ein Beschreibungsmittel für Lehrerinterventionen entwickelt werden als auch ein Leitfaden für entsprechende Beratungssituationen. Anhand von Beispielen wurde angedeutet, wie die Kategorien der Lernhilfen hinsichtlich der Lernziele zu algebraischem Denken weiter ausgearbeitet werden können. Darüber hinaus müssen noch weitere Aspekte berücksichtigt werden (wie sie u.a. auch von Leiss 2007 für Modellierungsaufgaben herausgearbeitet wurden): insbesondere beabsichtigte und erzielte Wirkung von Lernhilfen, geeignete Zeitpunkte für Hilfestellungen sowie Entwicklung von Hilfestellungen von einer Rückschauerspektive für eine Vorschau.

Einige Lernhilfen werden von Lernenden anders genutzt als beabsichtigt. Es soll versucht werden, die vielfältigen Gründe hierfür zu ordnen und Voraussetzungen zu beschreiben, unter denen Lernhilfen durch die Lernenden produktiv genutzt werden können.

Eine Voraussetzung ist es, einen geeigneten Zeitpunkt für Hilfestellungen zu wählen. Zum Beispiel müssen Lernende zunächst ‚genügend‘ Daten generieren, um in diesen Daten ein Muster erkennen zu können. Jedoch kann nicht allgemeingültig festgelegt werden, wann genügend Daten generiert

wurden. Aber indem solche allgemeinen Kriterien benannt werden, kann man für vergleichbare Situationen sensibilisieren.

Eine weitere Voraussetzung dafür, dass Lernende Lernhilfen annehmen, ist eine geeignete Verbindung von der Vorschauerspektive der Lernenden mit der Rückschauerspektive der Lehrkräfte. Lernende bearbeiten ein Problem, ohne eine Lösung bzw. einen Lösungsweg zu kennen. Lehrkräfte hingegen beraten meist aus der Rückschauerspektive. Das ermöglicht es, dass Lehrende flexibel mit verschiedenen Lösungsansätzen von Lernenden umgehen und strategisch beraten können. Voraussetzung hierfür ist ein über die konkrete Aufgabe hinausgehendes allgemeines Verständnis des algebraischen Potentials des jeweiligen Aufgabenformats.

### **Literatur**

Leiss (2007): „Hilf mir es selbst zu tun“. Lehrerinterventionen beim mathematischen Modellieren. Hildesheim: Franzbecker.

Siebel, F. & Fischer, A. (2009): Communicating a sense of elementary algebra to preservice primary teachers. In Proceedings of CERME 6, Lyon 2009, working group 4, 629-638.

Zech, F. (2002): Grundfragen des Mathematikunterrichts. Weinheim: Beltz (10. Aufl.).