Jörg VOIGT, Münster

Rationale Modellierungsprozesse

In der Mathematikdidaktik werden häufig Kreislaufschemata verwendet, um die komplexen Prozesse in der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben „idealtypisch“ darzustellen. Stellvertretend sei das bekannte Schema von Blum in Abbildung 1 dargestellt.

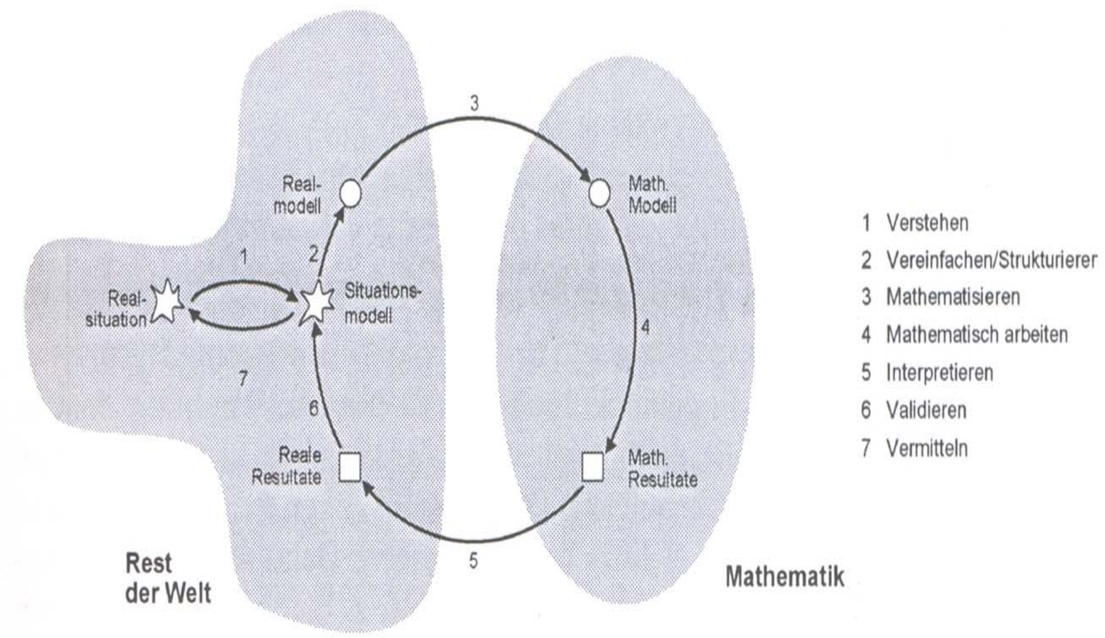

Abb. 1: Kreislaufschema nach Blum (2006, S. 9)

Die Kreislaufschemata dienen mehreren Zwecken, von denen hier nur zwei aufgeführt werden: Sie werden zur Formulierung und Erhebung verschiedener Modellierungskompetenzen genutzt (s. 1 bis 7 in Abb. 1). Und sie bilden einen Lerninhalt für Schülerinnen und Schüler zur Orientierung ihrer Modellierungsaktivitäten. In mehreren Schulbuchreihen wird ein vereinfachter Kreislauf verwendet. Z. B. heißt es in dem Schulbuch „Schnittpunkt 8, Mathematik für Realschulen, NRW“ zu einer entsprechenden Graphik: „Diesen Kreislauf nennt man mathematisches Modellieren. … Das mathematische Modellieren läuft in Stufen ab.“ (Maroska & al. 2007, S. 148).

1. Rationale Bearbeitung von Modellierungsproblemen

Unsere theoretische Analyse des Modellierens (Meyer & Voigt 2010) ergab, dass die Kreislaufschemata in ihrer Grundstruktur ungeeignet dafür sind, rationale Prozesse im Bearbeiten von Modellierungsproblemen zu orientieren oder entsprechende Modellierungskompetenzen zu formulieren und zu erheben. Unsere empirische Studie bestätigt das theoretische Ergebnis (s. ebenda). Unsere Annahme, der Modellierer ginge rational vor, beinhaltet, dass er Schlüsse ziehe, bei denen ein Gedanke nicht assoziativ den nächsten auslöse, ohne dass die Verbindung zwischen den Gedanken unbedacht bleibe.

Während es möglich ist, einen routinemäßigen Modellierungsprozess im Wesentlichen als reine Deduktionskette zu verstehen, muss das Lösen eines Modellierungsproblems mindestens einen kreativen Abduktionsschluss beinhalten. In diesem Abduktionsschluss wird eine für den Modellierungserfolg entscheidende Beziehung zwischen dem „Rest der Welt" und der „Mathematik" hergestellt. Diese Beziehung hob schon Schwarzkopf (2006) auf anderer theoretischer Grundlage hervor, indem er auf Begriffe, statt wie wir auf Schlüsse, achtete. Besonders deutlich wird die abduktiv hergestellte Beziehung in der „Vereinfachung" zum „Realmodell" (s. Abb. 1). Diese Vereinfachung kann der Modellierer auf rationale Weise nur mit Blick auf mathematische Zusammenhänge vornehmen. Beispielsweise ist die Konzentration auf bestimmte Größen sowie ihre Festlegung durch Schätzung, durch Recherche oder mittels Variablen nur mit der Verwendung bestimmter mathematikhaltiger Regeln für das Operieren mit den Größen rechtfertigbar. Die analytische Trennung zwischen den Bereichen „Rest der Welt" und „Mathematik" ist das Problem, nicht die Lösung des Versuchs, rationale Modellierungsprozesse strukturell darzustellen.

2. Der weiße Fleck im Kreislaufschema

Die Lösung besteht darin, den Bereich zwischen dem „Rest der Welt" und der „Mathematik" in den Blick zu nehmen und in diesem Zwischenbereich etwas inhaltlich Substantielles zu erkennen, das nicht in Form von Übergängen auflösbar ist. Man denke an andere Fachdidaktiker, die sich professionell mit dem Mathematisieren von Realsituationen beschäftigen. Sowohl Physikdidaktiker als auch die erfolgreich modellierenden Schüler in unseren Fallstudien bearbeiten die Größen nicht innerhalb der „Mathematik", sondern das Operieren mit den Größen geschieht stets bezogen auf die Realsituation (vgl. „Größenkalkül statt Zahlenkalkül"). Das hat zur Folge, dass nicht erst ein „mathematisches Resultat" sachbezogen interpretiert und validiert wird, sondern schon das Operieren mit den Größen. Die Klage, dass Schüler zu selten validieren würden, werten wir eher als Folge des Artefakts „Modellierungskreislauf", weil mit dem Schema als „Brille" das Validieren erst nach der Erarbeitung und der Interpretation eines mathematischen Resultats erkannt wird.

3. Wissenschaft statt Methodik: Kritische Fragen

Was sind die Ideale, die einen Modellierungskreislauf als „idealtypisch" erscheinen lassen? Wir finden keine theoretisch begründete Antworten auf diese Frage in der Literatur. Deshalb seien hier einige Vermutungen geäußert:

- Kommt im Platzieren der „Realsituation" an den Anfang des Modellierungsprozesses - fern von der Mathematik - das Ideal einer Lebensweltorientierung zum Ausdruck, unter der man sich vorstellt, die Mathematik entwickle sich aus einer von Mathematik unbefleckten Lebenswelt heraus? Zu welchen Verwerfungen und Problemen das didaktische Ideal eines von Mathematik freien Startpunktes eines Lernprozesses im Sachrechenunterricht führen kann, ist z.B. in Neth & Voigt (1991), Voigt (1984) oder Gellert (2009) beschrieben.
- Liegt die Wurzel in der Übernahme eines Schemas, das angewandte Mathematiker nutzen (vgl. Pollak 1970, 1979), um die Zusammenarbeit mit Experten aus einer anderen Disziplin darzustellen? Im Mathematikunterricht muss aber der Modellierer Kompetenzen aus beiden Bereichen in sich vereinen. Und es wäre schulfern anzunehmen, dass der Schüler ohne schulmathematische Erwartungen an eine Modellierungsaufgabe heranginge. Wenn man fragt, ob der Sachverhalt aus einer Modellierungsaufgabe „real" oder „authentisch" sei, sollte nicht übersehen werden, dass der Sachverhalt als Teil einer Mathematikaufgabe zweifellos real ist. Das Übersehen der Einbettung in das „Fach Mathematik" ist ein *mathematik*didaktischer Fehler.
- Oder beruht das Kreislaufschema auf einem mathematik*didaktischen* Fehler? Ein routinemäßiges Modellieren kann nach unserer Analyse tatsächlich gemäß dem Modellierungskreislauf verstanden werden. Wird die Struktur des Lösens einer Modellierungsaufgabe durch den Experten, für den die Aufgabe eine Routineaufgabe ist, in den „idealen" Lösungsprozess eines Lernenden hineinprojiziert, für den die Aufgabe eine Problemaufgabe ist?
- Wiederholt sich mit dem Kreislaufschema die frühere Hoffnung, dass strukturelle Schemata die Lernenden beim Lösen von Textaufgaben orientieren könnten? Die vermeintlichen Hilfen erwiesen sich als zu enges „Korsett" und hatten ihre Funktion eher für die nachträgliche Darstellung und Reflexion von Lösungen, weil die Verwendung der Schemata für eine Aufgabe wesentliche Lösungsschritte voraussetzte. Statt Schüler Mathematikdidaktik lernen zu lassen, und dann auch noch falsche, sollte die Unterrichtszeit zum Lernen des Anwendens

von Mathematik genutzt werden. Werden in Zukunft weiterhin in den Lehrwerken der Lehrerausbildung Schemata aufgeführt und deren Nutzen gleichzeitig stark relativiert? Dann werden die Schemata sicherlich weiterhin als Prüfungsstoff dienen. Welches Bild von der Mathematikdidaktik gewinnen die Studierenden, wenn sie etwas lernen sollen, dessen Nutzen für den Mathematikunterricht gleichzeitig verneint wird?

Es sollen die Kreislaufschemata nicht in ihrer Verwendbarkeit für die Analyse abgelehnt werden. So ist die analytische Trennung zwischen dem „Rest der Welt“ und der „Mathematik“ damit rechtfertigbar, dass gerade der Zusammenhang untersucht werden soll. Aber die Verdinglichung der Aspekte, „Schritte“, „Phasen“ oder „Stufen“ genannt, und ihre Ordnung als eine Folge schaffen eine methodische Mittellage von Mathematikdidaktik, die weder praxisnah ist, noch theoretisch begründet ist. Zum Verständnis des Modellierens bedarf es einer theoretischen Fundierung, und es bedarf empirischer Prozessanalysen, die Prozessbegriffe verwenden und die nicht die Prozesse lediglich als Übergänge zwischen Produktbegriffen bezeichnen.

Literatur

Blum, W. (2006): Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht - Herausforderung für Schüler und Lehrer. In A. Büchter & al. (Hrsg.): Realitätsnaher Mathematikunterricht. Hildesheim: Franzbecker, 8 - 23.

Gellert, U. (2009): Zur Explizierung strukturierender Prinzipien mathematischer Unterrichtspraxis. In: Journal für Mathematik-Didaktik, 30 (2), 121-146.

Maroska, R. & al. (2007): Schnittpunkt 8, Mathematik für Realschulen. NRW. Klett: Stuttgart.

Meyer, M. & Voigt, J. (2010): Rationale Modellierungsprozesse. In B. Brandt & M. Fetzer & M. Schütte (Hrsg.): Auf den Spuren interpretativer Unterrichtsforschung in der Mathematikdidaktik. Münster: Waxmann, 117 – 148.

Neth, A. & Voigt, J. (1991). Lebensweltliche Inszenierungen. In H. Maier & J. Voigt (Hrsg.): Interpretative Unterrichtsforschung. Köln: Aulis, 79 - 116.

Pollak, H. O. (1970): Applications of mathematics. In E.G. Begle (Hrsg.): Mathematics education. Chicago, University Press, 311 - 334.

Pollak, H. O. (1979): The interaction between mathematics and other school subjects. In: UNESCO (Hrsg.): New trends in mathematics teaching. Band IV. Paris: Offset-Aubin, 232 - 248.

Schwarzkopf, R. (2006): Elementares Modellieren in der Grundschule. In A. Büchter & al. (Hrsg.): Realitätsnaher Mathematikunterricht. Hildesheim: Franzbecker, 95 - 105.

Voigt, J. (1984): Die Kluft zwischen didaktischen Maximen und ihrer Verwirklichung im Mathematikunterricht. In: Journal für Mathematikdidaktik, 5 (4), 265 – 283.