Boris GIRNAT, Aarau

Individuelle Curricula zur Geometrie in den Sekundarstufen: Eine Fallstudie zu einem deduktiv-axiomatischen Bild der Mathematik in Vereinbarkeit mit konstruktivistischen Lerntheorien

Der vorliegende Text stellt einen Auszug aus einer qualitativen Studie vor, die Lehreransichten über den Geometrieunterricht der Sekundarstufen I und II erhebt und die subjektive Ziel-, Inhalts- und Methodenauswahl der neun teilnehmenden Lehrkräfte als individuelle Curricula rekonstruiert (vgl. Eichler, 2007). Individuelle Curricula lassen sich in die Beliefs-Forschung einordnen (vgl. Philipp, 2007), sie beziehen sich allerdings nur auf den Teil der schulbezogenen Beliefs, der inhaltlich und strukturell auf individueller Ebene dasselbe leistet, was offizielle Curricula oder Lehrpläne auf institutioneller Eben für den Unterricht bewirken sollen: Sie verbinden die Auswahl von Inhalten und Methoden mit übergeordneten Lernzielen und geben eine Orientierung für die Planung und Durchführung des Unterrichtes (vgl. Sill, 2000).

Die hier beschriebene Studie ist eine qualitativ-interpretative Rekonstruktion der individuellen Curricula zum Geometrieunterricht in den beiden Sekundarstufen. In halbstrukturierten Leitfadeninterviews wurden neun Gymnasiallehrer zu Inhalten, Zielen und Methoden ihres Unterrichts in der Elementargeometrie und in der analytischen Geometrie befragt. Die Transkripte wurden mit einer qualitativen Methode aus der Sozialpsychologie ausgewertet, nämlich gemäß den Grundsätzen des Forschungsprogramms Subjektive Theorien (vgl. Groeben u. a., 1988). Im Vordergrund steht dabei die Ziel-Mittel-Argumentation, die eine Verbindung von Inhalten und Methoden zu den Lernzielen des Unterrichts bildet und die typische Argumentationsstruktur angesehen werden kann, die in Curricula auftritt (vgl. König, 1975).

Individuelle Curricula können zu unterschiedlichen Zwecken erhoben werden: Sie können zum Beispiel für sich genommen qualitative Fallstudien sein, das Item-Design zu großflächigen quantitativen Studien vorbereiten oder auch die Vorstrukturierung von Unterrichtsbeobachtungen oder Schülerleistungen übernehmen (vgl. Eichler, 2006). An dieser Stelle sind sie nur als Fallstudien von Interesse. In dieser Rolle leisten sie u. a. einen Beitrag dazu, didaktische Theorien mit empirisch vorkommenden Überzeugungssystemen zu vergleichen und in einen Dialog mit der Fachdidaktik zu treten.

Diese Möglichkeit soll hier anhand einer der neun Fallstudien dargestellt werden. Einer der Lehrpersonen, die an der Studie teilgenommen hat – sie wird im weiteren Herr A genannt –, zeigt in der Interpretation ihrer Aussagen curriculare Überzeugungen, die in dieser Zusammenstellung eher überraschen, sich aber trotzdem größtenteils in einen schlüssigen Argumentationszusammenhang bringen lassen. Ein Dialog mit der Fachdidaktik könnte also darin bestehen, dort im allgemeinen als kaum vereinbar gehaltene Einstellungen zu Geometrie auf ihre Kompatibilität hin zu überprüfen.

1. Herrn A's Bild der Mathematik

Ausgangspunkt der Interpretation sind Stellen des Interviews, an denen sich Herr A über seine sicht der Mathematik im allgemeinen äußerst.

> Herr A: So, wenn der normale Mensch rausgeht [aus der Schule], hat der wahrscheinlich überwiegend nur (.) – nur, was heißt nur? – unabhängig vom Stoff wieder diese Struktur, die Logik, die Schlussfolgerungen und so, die ich da anschließe, gelernt. Also, ich denke immer, (.) es ist fast egal, was wir unterrichten – Hauptsache, es ist Mathematik. Also, ich kann über all dieses (ja) Übergeordnete oder so das Wesen der Mathematik, sage ich mal, diese Stringenz und dieses (.). Wenn Schüler immer sagen „Man darf aber nicht durch Null teilen", dann sage ich immer gern „Klar darfst du das, aber du kannst es, also (.) ne (ja), es ist gar nicht möglich, du brauchst gar nicht nach dem Dürfen fragen, es geht nicht." (ja). Also dieses Unterscheiden zwischen Können und Dürfen, das in der Mathematik doch zentral. Es gibt doch eigentlich nicht, was ich nicht darf. Ich kann es, oder ich kann es nicht (ja). So, oder man kann es – das ist ja noch wichtiger. Ob ich es kann, ist ja noch eine andere Frage. Die Mathematik sagt: Man kann das tun oder nicht – und ob ich es darf, das ist doch nie die Frage. eigentlich. So, so (.), und das schwebt ja über allem, was mit Mathematik zu tun hat, steht so oben drüber. Und nun machen wir komischerweise diese drei Themen in der Schule (ja): Analysis, analytische Geometrie und Stochastik.

Wenig später ergänzt er folgendes.

> Herr A: Wissenschaftliche Strenge (. .) – ja, das ist ja eigentlich (. . .). Also sagen wir mal so: In der Analysis und noch schlimmer in der Stochastik wird man sehr viel öfter sagen: „Das ist so, das können wir aber nicht beweisen" (ja), und sehe das in der analytischen Geometrie eigentlich gar nicht [. . .] (.). Also, ich sag nur, in der Analysis muss ich irgendwelche Mittelwertsätze (ja) theoretisch machen und also (genau) (.), bis ich irgendwelche weitergehenden Aussagen be-

weisen kann; und das ist in der [analytischen] Geometrie hier anders. Also da sehe ich eigentlich jetzt keine großen Lücken.

Fasst man diese Stellen zusammen und zieht noch einige weitere Passage zum Vergleich heran, so lassen sich Herrn A's Aussagen so interpretieren, dass er ein universitär geprägtes, eher formalistisches Bild der Mathematik mit deduktiv-axiomatischen Grundzügen verfügt und dieses auch zumindest teilweise im Unterricht erfahrbar werden lassen möchte. Grafisch könnte man diesen Argumentationsstrang im Sinne der Struktur-Lege-Technik als ein typisches Darstellungsmittel des Forschungsprogramms Subjektive Theorien (vgl. Scheele, 1992) folgendermaßen darstellen:

! Verstehen der Mathematik als objektiver Wissenschaft
(= Einsicht in die Unabhängigkeit mathematischer Erkenntnisse von persönlichen Ansichten und Fähigkeiten)

Wenn man Mathematik als deduktiv-axiomatische Wissenschaft erfährt → *versteht man Mathematik als objektive Wissenschaft*

! Erfahren der Mathematik als deduktiv-axiomatischer Wissenschaft
(= Charakterisierung der Mathematik durch die deduktiv-axiomatische Methode, nicht durch ihre Objekte, Themen und Inhalte)

Wenn man den Mathematikunterricht (wie im Interview angegeben) aufbaut → *kann man Mathematik als deduktiv-axiomatische Wissenschaft erfahren*

! Unterricht von Mathematik

Abb. 1: Bild der Mathematik von Herrn A

2. Herrn A's Unterrichtsmethodik

Ein Bild der Mathematik, das von der Axiomatik her geprägt ist und der Mathematik einen überpersönlich-objektiven Stellenwert zuordnet, scheint unwillkürlich auf einen statisch orientierten Unterricht mit darbietenden Lehrformen hinauszulaufen. Herr A favorisiert jedoch das Gegenteil:

Herr A: Erarbeiten. Also damit meine ich: Hier ist das Problem. Löse es! (.) Das heißt also problemorientierte Aufgaben, die die Schüler in Partnerarbeit, besser noch in Gruppenarbeit (.) erarbeiten. (.) Also es gibt ja viele Möglichkeiten. Ich mache auch gern das Ich-du-wir-Prinzip nach Gallin und Ruf. (. . .) Die Schüler kennen das und lassen sich auch in der Regel darauf ein, also halten sich die erste Zeit zurück, arbeiten ganz allein an dem Problem und (.) weiten das dann halt auf den Partner und dann auf die Klasse aus. Das hängt natürlich sehr von den Lerngruppen ab, wie man das einsetzen kann, also wie erfolgreich die Klassen sich da auch darauf einlassen. Aber, (.) also mir ist schon die Erarbeitungsphase sehr wichtig, weil (.) da eigentlich die Mathematik in den Köpfen passieren sollte oder entstehen sollte oder zusammengerückt werden sollte.

3. Weitere Ergebnisse

Neben der Vereinbarkeit eines deduktiv-axiomatische geprägten Bildes der Mathematik mit konstruktivistischen Lernformen zeigt die Fallstudie weitere Auffälligkeiten – beispielsweise die folgenden: Herr A fordert von realitätsbezogenen Aufgaben Authentizität und Reichhaltigkeit und sieht diese Forderungen im Mathematikunterricht gerade von der Geometrie am geringsten erfüllt. Herr A sieht keinen Gegensatz zwischen explorativen, schülerzentrierten Lehrformen und routineschaffenden, einschleifende Phasen des Übens. Herr A hält es vor allem zum Problemlösen und zu erkundenden Lernformen für wichtig, dass das Curriculum aus größeren, systematisch zusammenhängenden Themenblöcken besteht, damit fachtypische mathematische Kompetenzen wie das Argumentieren und Problemlösen erworben und eingesetzt werden können. Er hält es daher eher für angebracht, bereits bestehende curriculare Themen zu erweitern, als neue Themen isoliert zur Seite zur stellen. Herrn A's Vorstellung zur Allgemeinbildung stellen die übliche Diskussion in der Bildungstheorie auf den Kopf: Es soll kein Allgemeinbildungskonzept vorab erarbeitet und anschließend zur Umsetzung auf die Schulfächer verteilt werden, sondern es wird davon ausgegangen, dass jedes Fach spezifische Fähigkeiten fördern kann, die sich im nachhinein zur Allgemeinbildung zusammensetzen.

Literatur

Eichler, A. (2006): Individual Curricula – Beliefs behind Beliefs. In A. Rossman & B. Chance (Hrsg.): *ICOTS-7 Conference Proceedings.* Salvador: IASE, CD-ROM.

Eichler, A. (2007). Individual curricula – Teachers' beliefs concerning stochastics instruction. *IEJME 2(3).* Online: http://www.iejme.com/.

König, E. (1975): *Theorie der Erziehungswissenschaft II. Normen und ihre Rechtfertigung*, München:Wilhelm Fink Verlag.

Philipp, R. (2007): Mathematics Teachers' Beliefs and Affect. In: Lester, F. (Hrsg.): *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: The Project of the National Council of Teachers of Mathematics*, Charlotte: Information Age Publishing, S. 257–315.

Scheele, B. (1992): *Struktur-Lege-Verfahren als Dialog-Konsens-Methodik*, Münster: Aschendorff Verlag.

Sill, H.-D. (2000). Ziele und Methoden der Curriculumsforschung. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, 79, S. 611–614.