Thomas JAHNKE, Potsdam

Die Regeldetri des Mathematikunterrichts

Mathematikunterricht verschleift sich zum Ritual, in dem Mathematik nur noch begrifflich-nominal verfahrensmäßig-prozedural an- oder eher abwesend ist. Dieses Ritual hat drei regelhafte Elemente; naheliegender Weise spreche ich daher von der Regeldetri des Mathematikunterrichts. Ich gebe sie hier in der Reihenfolge wieder, in der sie sich meist nicht nur unterrichtlich sondern auch in Schulbüchern finden, wobei es zuweilen zu Variationen der Abfolge kommen mag.

Die Regeldetri des Mathematikunterrichts

- So heißt das.
- So geht das.
- So ist das.

Möglicherweise könnte man das auch erheblich elaborierter ausdrücken, aber fürs Erste und für heute will ich die Sache nicht komplizierter darstellen, als sie sich häufig selbst gibt. Ich bin auch immer wieder erschrocken, wie fest diese Ritualisierung in den Köpfen meiner Studierenden sitzt, was deutlich wird, wenn sie mit großer Selbstverständlichkeit selbst eine Mathematikstunde vorbereiten.

So heißt das: spitzer Winkel, stumpfer Winkel, rechter Winkel, gestreckter Winkel, überstumpfer Winkel, Vollwinkel; Parallele, Passante, Sekante; Minuend, Subtrahend, Divend, Divisor, Multiplikand, Multiplikator, Faktor, Produkt. Vokabeln, Vokabeln. Als Begriffe kann man sie nicht bezeichnen, weil sie nichts begreifen.

So geht das: Messen eines Winkels, Abtragen eines Winkels; Spiegeln eines Punktes; Ausmultiplizieren, Klammern Auflösen; Brüche Addieren; ggT und kgV bestimmen; die Pfadregeln anwenden; Funktionsdiskussion durchführen.

So ist das: Schon die Art und der Tenor des ‚So heißt das' und des ‚So geht das' schafft eine Faktizität, die ein Anderssein, also mögliche Alternativen gar nicht zulässt. Die Darstellung genügt sich selbst; sie macht die Gegenstände als selbstverständlich plausibel, obwohl sie das nicht sind und sie als plausible gar nicht mehr verstanden werden können. Begründungen – von Beweisen gar nicht zu sprechen – erscheinen so nur als zusätzlicher

Lernstoff für die ‚guten‘ Schülerinnen und Schüler und nicht etwa als etwas, was für die Sache konstitutiv und ihr inhärent wäre.

Mathematikunterricht: Ritual versus produktive/konstruktive Enkulturation

Die klassischen Schulfächer repräsentieren die verschiedenen Zugänge zur Welt. Worin liegt die Spezifik des mathematischen Zugangs, wird sie im Mathematikunterricht deutlich?

Ich meine mit dieser Spezifik nicht etwa die sich zuweilen auf Platon berufenden Allgemeinplätze über die ewige Gültigkeit der mathematischen Aussagen oder ähnliche religiös anmutende Unterstellungen. Mathematisches Denken ist historisch und gesellschaftlich geprägt und in der Zeit verwurzelt wie anderes Denken auch. Seine Formen und Ansprüche haben sich über die Jahrhunderte gewandelt und münden keineswegs in eine Esoterik des Ewig-wahren.

Auch wenn sich jedoch die Vorstellungen darüber, was ein mathematischer Beweis ist und welche mathematischen Aussagen eines Beweises bedürfen, ändern, bleibt doch festzuhalten, dass es sich bei Mathematik um eine beweisende Disziplin handelt. Mathematische Aussagen sind nicht, wie man immer hört, besonders präzise, sondern sie sind auf besondere Weise gewiss. Die Gewissheit beruht auf dem Gedanken des Beweisens. Natürlich will ich nicht einem axiomatischen Aufbau der Schulmathematik das Wort reden, aber wo jede Begründung auf welchem genetischen Niveau auch immer fehlt und auch jeder Versuch des Begründens ob bei der Einführung der schriftlichen Division, den Potenzgesetzen oder dem globalen Monotoniesatz in der Analysis, da wird Mathematikunterricht zur Mitteilungslehre, zum Lernen von mathematischen Vokabeln und von Prozeduren, was seinen rituellen Charakter nur betont.

Eine zweite Dimension, die man von einem mathematikhaltigen Mathematikunterricht erwarten wird, ist das exemplarische Arbeiten. In Zeiten der Stofffülle und deren Durcheilen versteht man unter exemplarisch wohl nur noch schlicht, dass man manches weglässt und sich auf anderes konzentriert. Das Exemplarische am Exemplarischen besteht aber nicht darin, dass man anderes weglässt, sondern dass es für anderes steht. Bei der Addition von Bruchzahlen lernt man also nicht nur diese zu addieren, sondern man erfährt auch exemplarisch etwas über Verknüpfungen und deren Definitionsmöglichkeiten, über den Umgang mit Repräsentanten, möglicherweise auch über das Permanenzprinzip usf. Mathematische Begriffe und Sätze sollten auch in der Schule nicht nur für sich selbst stehen, sondern als

Exempla mathematischen Denkens in Erscheinung treten und reflektiert werden.

Eine dritte Dimension ist das Aufwerfen von Fragen. Obgleich es etwas lapidar kling, dass der, der die Frage nicht kennt, die Antwort nicht verstehen kann, ist dieser Gedanke doch auch didaktisch richtig. Ständig werden im Mathematikunterricht Antworten unterrichtet, ohne dass die Fragen, die sie beantworten, überhaupt gestellt werden. Das Was wird gar nicht thematisiert sondern nur das prozedurale Wie, also nur wie man Dinge abwickelt und nicht wo sie eigentlich herkommen und warum man sich überhaupt mit ihnen befasst. Die durchgängige Fraglosigkeit mancher Schulbücher macht sie zu schlechten Vorlagen für einen Mathematikunterricht, in dem tatsächlich auch Mathematik betrieben wird. Wo es keine Fragen gibt, kann es auch nicht zum Dialog kommen. Es gibt dann nur eine Stimme, nämlich die Lehrmeinung, der zu lauschen ist. Schüler erfahren den ‚Sinn' einer Formel im Unterricht in zweierlei Form, zirkulär oder als fortwährende Kette der Sinnvertagung:

- Man benötigt sie, um die nachfolgenden Aufgaben zu lösen. Das führt schnell zu einem circulus vitiosus; denn warum löst man die nachfolgenden Aufgaben? Nun, um die Formel zu üben.
- Man benötigt sie, weil man sie später braucht, um weitere Formeln herzuleiten, von denen man dann auch nicht weiß, wozu sie nutze sind.

Eine weitere Dimension für einen mathematikhaltigen Unterricht ist das Befragen und Sehen von Zusammenhängen. Zusammenhänge kann man nur sehen, wenn sie auch auftreten, das heißt eine hinreichend komplexe Situation oder Sachlage untersucht wird. Wenn aber – wie es in vielen Schulbüchern geschieht – jede Komplexität im Vorhinein aus sicher wohl meinenden didaktischen Gründen in einzelne Häppchen zerlegt wird, dann kann der Lernende die Zusammenhänge nicht sehen, er kann sie aus den Häppchen auch nicht rekonstruieren. Während wir als Schulbuchautoren vielleicht meinen, wir hätten in methodisch geschickter Weise alle möglichen Fälle in ansteigendem Schwierigkeitsgrad behandelt, stellt sich diese Behandlung den Lernenden möglicherweise nur als eine schwer überschaubare Kasuistik dar, weil sie bei der sorgsamen Fallunterscheidung gar nicht dabei waren. Man hat sie ihnen vorgesetzt. Diese Filetierung im Vorhinein verhindert geradezu das Verständnis von Zusammenhängen und übrigens auch von Begriffen, die ja nur dann etwas beinhalten, wenn auch anderes da ist, was sie nicht beinhalten.

Mathematik kann man auch als das Gebiet der Abenteuer des formalen Denkens betrachten. Auch dies sollte in der Schule deutlich werden. In vielen Darstellungen scheinen die Gegenstände der Schulmathematik so abgegriffen und ausgelaugt, dass man ihnen nichts Abenteuerliches mehr abgewinnen zu können scheint. Die Abenteuer der Mathematik beginnen für uns beziehungsweise für die Lernenden aber nicht erst da, wo wir beziehungsweise sie nichts mehr verstehen. Das Suchen nach Formulierungen für elementare Definitionen und nach Sätzen und deren Begründungen kann nur spannend sein oder werden, wenn nicht schon alles als klar und gegeben und sortiert und zum Lernen gegliedert und aufbereitet ist.

Schließlich ist mathematisches Denken dadurch gekennzeichnet, dass es Theorien aufbaut. Wenn Schulunterricht ein angemessenes Bild der Mathematik geben soll, dann muss auch stellenweise ein Abglanz, eine Ahnung solcher Strukturgedanken deutlich werden. Mathematik-betreiben sollte auch in der Schule sich nicht darin erschöpfen, Aufgaben zu bearbeiten, ob nun authentische oder anwendungsorientierte oder offene oder normal-bürokratische oder Items. An der Aufgabenorientierung des Schulunterrichts kann es (auch) liegen, dass die Schülerinnen und Schüler so gar keine Vorstellung davon aufbauen können, was Mathematik nun sei und womit sie sich beschäftige. Die heute stark auf die Lernerfolge fokussierte Didaktik und Bildungspolitik misst den Mathematikunterricht ausschließlich an der Bewältigung von (Test-)Aufgaben. Dabei bleibt außer Acht, ob und wie das Wissen zur Bearbeitung derselben überhaupt zustande kommt und wie es strukturiert ist.

Bei der Forderung nach einem Widerschein des Aufbaus mathematischer Theorien im Unterricht geht es nicht darum, einen lerntheoretischen oder -praktischen Gegensatz familiarity (also Vertrautheit) versus Axiomatisches Denken aufzubauen. Freudenthal hat mit seinem Begriff des Lokalen Ordnens eine Möglichkeit aufgezeigt, sich aus diesem Gegensatz wie ein positiver Münchhausen an dem eigenen Schopf aus dem Sumpf zu ziehen.

Von einem mathematikhaltigen Mathematikunterricht wird man also erwarten und erhoffen, dass er

- Begründungen und Beweisen eine ausreichenden und konstitutiven Raum gibt,
- seine Gegenstände exemplarisch mit einem Bezug des Einzelnen zum Anderen und zum Ganzen behandelt,
- Fragen aufwirft und Entdeckungen zulässt,
- Zusammenhängen sehen und erkennen lässt,
- Abenteuer des formalen Denkens bietet und
- andeutet, dass und wie sich mathematische Theorien aufbauen.