Friedhelm KÄPNICK, Münster

Intuitive Theoriekonstrukte mathematisch begabter Vor- und Grundschulkinder

Im Ergebnis umfangreicher Literaturrecherchen verstehe ich unter Intuitionen spontane, größtenteils unbewusst ablaufende geistige Prozesse, die vom jeweiligen Vorwissen und von Gefühlen beeinflusst werden. Sie sind weitestgehend nicht an verbale Sprache gebunden, sondern durch „Bildwelten“ oder Symbolhaftem geprägt und sie spielen eine große Bedeutung beim Gewinnen neuer Erkenntnisse, ebenso beim Bewerten von Sachverhalten und beim Treffen von Entscheidungen. Als Zwischenfazit meiner bisherigen Untersuchungen lässt sich bzgl. der Bedeutung von Intuitionen für mathematisches Tätigsein einschätzen, dass Intuitionen generell ein wichtiger und ein prägender Aspekt produktiven mathematischen Tätigseins sind und dass es diesbezüglich keine prinzipiellen Unterschiede zwischen der Entdeckertätigkeit von Kindern und der von Wissenschaftlern gibt. Auffällig ist insbesondere, dass Intuitionen bei kleinen wie bei großen Matheassen in verschiedenen Problemlösephasen auftreten und dass sich Problemlöseabläufe in beiden Gruppierungen ähneln.

Erscheinungsformen von Intuitionen können in den Problemphasen sein:

- ein sinnlich-emotionales und ganzheitlich-komplexes Erfassen einer Problemsituation,
- eine plötzliche, mitunter vage Eingebung einer Lösungsidee,
- eine bruchstückhafte oder diffuse Darstellung, Begründung bzw. Erklärung der Lösung einer Problemaufgabe,
- ein auf subjektiven Erfahrungen und bisherigem Wissen basierendes Theoriekonstrukt (Festlegung von Begriffsinhalten, –wörtern, Erklärung von Zusammenhängen, Entwicklung von Begriffssystemen, …).

Hinsichtlich der drei erstgenannten Erscheinungsformen habe ich bereits Untersuchungsergebnisse publiziert (vgl. Käpnick 2010). Im Fokus dieses Beitrages steht der letztgenannte Aspekt.

1. Beispiele für intuitive Theoriekonstrukte von Kindern

Folgende authentische Beispiele können intuitive Theoriekonstrukte mathematisch begabter Vor- und Grundschulkinder verdeutlichen:

- Helen (5 Jahre) kennt die wesentlichen Merkmale eines Quadrats und eines Rechtecks. Sie kann diese Formen in der Umwelt auch souverän identifizieren und mit dem Nennen der jeweiligen Merkmale ihre Zuordnungen begründen. Dass jedes Quadrat zugleich ein Rechteck ist, erfasst Helen aber noch nicht – trotz vieler Impulse unsererseits.

- Julian (6 Jahre) erkennt den Unterschied zwischen einem Rechteck und einem Quader: „*Das ist so eine flache Fläche* (Julian zeigt auf ein Rechteck.) *und das hier, das ist höher.*" (Julian zeigt auf den Quader.) Als Begriffswort für Quader schlägt er vor: „*Hochrechteck.*"
- Beim Philosophieren mit mathematisch begabten Dritt- und Viertklässlern antwortete auf die Frage, woher die Zahlen stammen, Weng: „*Als die Welt erschaffen wurde, waren die Zahlen schon da.*" Patrick vertrat dagegen die Position: „*Die Zahlen hat Gott erfunden, das Rechnen die Menschen und die Lehrer leben, um den Kindern das Rechnen zu übertragen.*" Lucca: glaubt jedoch, „*dass sich der erste Mensch die Zahlen selbst ausgedacht hat.*" Dem stimmt Tim zu und ergänzt: „*Aber irgendwann haben andere Menschen dann die Minuszahlen erfunden.*"
- Finn (9 Jahre) ist fasziniert von „unendlich" in der Mathematik. Wie seine gleichaltrigen Freunde versteht er hierunter: „*Unendlich ist eigentlich keine richtige Zahl. Es ist nur so, dass nach einer Zahl immer noch eine neue kommt.*" Unsere Versuche, den kleinen Matheassen „unendlich" am Beispiel des berühmten kosmischen Hotels mit unendlich vielen Zimmern, einer Endlos-Figur oder des Wettlaufs zwischen Achill und seiner Schildkröte zu erklären, scheiterten. Die Kinder blieben bei ihrem intuitiven Begriffsverständnis.
- Marcel (9 Jahre) entwickelte für das Erkunden aller möglichen Lagebeziehungen von vier Geraden in der Ebene ein sehr abstraktes Lösungsmuster, das systemhaft, aber fehlerhaft war. Den „Fehler" sah er aber nicht ein. Er war von seinem „System" überzeugt. Erst zwei Jahre später erkannte er selbst seinen Systemfehler und akzeptierte ihn.

2. Erklärungsansätze für intuitive Theoriekonstrukte von Kindern

Für das Phänomen der intuitiven Theoriekonstrukte von Kindern gibt es in verschiedenen Bezugsdisziplinen Erklärungsansätze. So wird in der Entwicklungspsychologie der Ansatz der intuitiven Alltagstheorien vertreten, wonach (Vorschul-)Kinder sich „intuitive Alltagstheorien" aneignen, die sich oft von denen der Erwachsenen unterscheiden. Das Wissen der Kinder ist theorieähnlich in verschiedenen Wissensbereichen organisiert und diese sind wiederum in zusammenhängende Erklärungssysteme eingebettet. Die Kausalerklärungen innerhalb dieses Theoriesystems sind bereichsspezifisch. Kinder haben z.B. andere Erklärungen für menschliches Verhalten als für naturwissenschaftliche Zusammenhänge (vgl. Sodian 2002).

Ein weiterer passender Erklärungsansatz ist aus lernpsychologischer Perspektive der „konstruktivistische Lernbegriff", wonach Lernen als ein individuell geprägter aktiv-konstruktiver Prozess verstanden wird, der von subjektiven Erfahrungsbereichen, ebenso von Gefühlen beeinflusst wird. Diese Auffassung stimmt mit Selbstreflexionen berühmter Mathematiker und Naturwissenschaftler überein, in denen zudem die große Bedeutung von Intuitionen für die Forschertätigkeit herausgestellt wird. Hadamard berichtet z.B., dass er in „nonverbalen Konzepten" denke und anschließend Schwierigkeiten habe, seine Gedanken in Worte zu fassen. Von Einstein stammt das Zitat: „*Was Sie volles Bewusstsein nennen, das ist, wie mir scheint ein Grenzfall, der nie erreicht werden kann. Das scheint mit der Tatsache zusammenzuhängen, die man Enge des Bewusstseins nennt.*"(Ruelle 2007, S. 117). Demgemäß gibt Käpnick in seinem Modell zur Kennzeichnung mathematisch begabter Grundschulkinder auch „mathematische Sensibilität" als ein wesentliches Merkmal an und zählt hierzu intuitive Problemlösungen, die Kinder „fühlen" und als vielfältige Bildwelten wahrnehmen, die sie aber oft nicht mit Worten erklären können (vgl. Käpnick 1998). Solche geometrisch-bildhaften Repräsentationen können auch in neuropsychologischen Untersuchungen nachgewiesen werden. So aktivieren mathematisch Begabte beim Problembearbeiten (vielfach innerhalb weniger Sekunden nach dem Verstehen des Sachverhaltes) jene Hirnaktivitäten, die für eine geometrisch-bildhafte und eine arithmetisch-algebraische Darstellung verantwortlich gemacht werden (vgl. Fritzlar, Heinrich 2010).

3. Konstruktiver Umgang mit intuitiven Theorien von Kindern

Viele intuitive Theoriekonstrukte zu mathematischen Themen von Kindern und Erwachsenen sind ähnlich und bereits Vorschulkinder sind zum kausalen Denken fähig. Es fehlt ihnen aber oft bereichsspezifisches Wissen für korrekte Erklärungen. Bisherige empirische Befunde deuten darauf hin, dass Kinder in derartigen Fällen ihr natürlich entwickeltes System von Überzeugungen nicht punktuell durch einzelne Korrekturen verändern. Stattdessen verwenden sie einen Interpretationsrahmen, den sie auf neue Informationen anwenden. Die Veränderung dieses Rahmens ist ein langwieriger Prozess, der oft mehrere Jahre dauert. Eine Erklärung für solche Veränderungen wird darin gesehen, dass im Verlauf der Entwicklung zentrale Begriffe ihre Bedeutung verändern und dadurch eine Wandlung in der intuitiven Theorie stattfindet. Die Vertreter intuitiver Theorien gehen davon aus, dass sich in einem Spezialbereich ein derartiger Bedeutungswandel erst in vielen verschiedenen Schritten eines individuellen Verstehensprozesses vollzieht (vgl. Sodian 2002). Es handelt sich also um alternative Denkweisen und nicht um einzelne, faktische „Fehler". Eine Korrektur ist nur möglich, wenn das Gesamtsystem verändert wird. Der Wandel von Rahmentheorien vollzieht meist sich langsam und ist durch Instruktion nicht direkt bzw. nicht leicht zu erreichen. Der „Schlüssel“ zur Korrektur intuitiver Theorien von Kindern besteht darin, diese zu verstehen und mit den Kindern gemeinsam in der Interaktion neues Wissen zu konstruieren, zu vertiefen und zu verändern, statt sie zu „instruieren“.

4. Hypothesen zum intuitiven Theorieerwerbs von (mathematisch begabten) Vor- und Grundschulkindern

- Je jünger, je unerfahrener und unwissender Kinder sind, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, dass Kinder „fehlerhafte“ intuitive Theorien entwickeln und dass sie auf diesen beharren.
- Es gibt intuitive („fehlerhafte“) Theorien, die relativ schnell überwunden werden können, aber auch „fehlerhafte“ Theorien, die sich über einen längeren Zeitraum halten (weil Kinder kein Verständnis, oft gepaart mit mangelhafter Motivation, dafür entwickeln können, sich neue, andersartige und korrektere Theorien zu erschließen). Ein Beispiel hierfür ist das intuitive Verständnis der meisten Grundschulkinder von „unendlich“ (vgl. Pkt. 1).
- Intuitive Theorien entwickeln nicht nur (mathematisch begabte) Vorschul- und Grundschulkinder, sondern generell Kinder und darüber hinaus Jugendliche und Erwachsene – unabhängig vom Alter und vom jeweiligen Wissensstand. Somit scheint intuitive Theoriebildung eine allgemeine und stetige Begleiterscheinung des Erkenntnisstrebens von Menschen zu sein (vgl. Zitat von Einstein im Pkt. 2).

Literatur

Fritzlar, T.; Heinrich, F. (2010): Doppelrepräsentation und mathematische Begabung im Grundschulalter – Theoretische Aspekte und praktische Erfahrungen. In: Heinrich, F. & Fritzlar, T. (Hrsg.): Kompetenzen mathematisch begabter Grundschulkinder erkunden und fördern (Hrsg. von F. Heinrich und T. Fritzlar). Offenburg: Mildenberger, 25-44

Käpnick, F. (1998): Mathematisch begabte Kinder (Hrsg. von A. Pehnke). - Frankfurt a. M., Berlin, Bern, New York, Paris, Wien: Verl. Peter Lang

Käpnick, F. (2010): Intuitionen – ein häufiges Phänomen beim Problemlösen mathematisch begabter Grundschulkinder. In: In: Heinrich, F. & Fritzlar, T. (Hrsg.): Kompetenzen mathematisch begabter Grundschulkinder erkunden und fördern (Hrsg. von F. Heinrich und T. Fritzlar). Offenburg: Mildenberger, 77-93

Ruelle, D. (2007): Wie Mathematiker ticken. – Heidelberg, London, New York: Springer Verl.

Sodian, B. (2002): Entwicklung bereichsspezifischen Wissens. In: Oerter, R.; Montada, L. (Hrsg.): Weinheim, Basel: Entwicklungspsychologie, Beltz, 443-468