

Renate RASCH, Landau

Module für den Geometrieunterricht der Grundschule – ein Versuch, beziehungshaltiges Wissen aufzubauen

Studien zur Formenkenntnis in verschiedenen Schuljahren zeigten, dass Grundschul Kinder vielfach ein unsicheres Begriffswissen haben und selten auf geometrische Zusammenhänge zurückgreifen können. (Rasch 2011) Eine Ursache hierfür sehen wir in der geringen Vernetzung geometrischen Wissens.

1 Ausgangsüberlegungen

Jean Piagets Versuchsreihe „Konstruktion des geometrischen Raumes“ (Piaget/Inhelder 1975) verweist auf die Entwicklung geometrischer Grundfiguren im Verständnis des Kindes. Während noch Dreijährige Dreiecke und Vierecke sowie den Kreis als geschlossene Kurven darstellten, ohne die Ecken (Winkel) angemessen präsentieren zu können, gelang das Darstellen der Grundformen vierjährigen Kindern ohne größere Probleme. Dieses Wissen gehört zu den stabilen Lernvoraussetzungen zu Schulbeginn. Das niederländische Ehepaar Pierre und Dina van Hiele untersuchte bei 13-jährigen Schülern die Möglichkeiten für die Entwicklung geometrischen Wissens im Unterricht. (van Hiele 1986) Im Rahmen ihrer Untersuchung identifizierten sie die seither weltweit bekannten und immer wieder genutzten Niveaustufen, von denen die ersten drei (Visualization, Analysis und Abstraction) für die geometrische Entwicklung von Grundschulkindern relevant sind. Die vorliegende Untersuchung wendet sich vor allem der Niveaustufe „Abstraction“ zu, die durch die Fähigkeit Beziehungen zwischen Eigenschaften und Figuren zu entdecken und zu benennen, charakterisiert wird.

2 Fragestellung, Konzept und erste Ergebnisse

Ausgangspunkt für die Untersuchung zur Entwicklung des Wissens zu geometrischen Formen sind die folgenden Forschungsfragen:

Wie lässt sich die Figurenkunde im Geometrieunterricht so aufbereiten, dass Grundschul Kinder Zusammenhänge sehen, artikulieren und nutzen?

Welche Fähigkeiten der Grundschul Kinder lassen sich der Niveaustufe „Abstraction“ zuordnen?

Der Untersuchung liegt die Hypothese zugrunde, dass Wissen dann beziehungshaltig erworben werden kann, wenn es für die Lernenden vernetzt angeboten wird. Es wurde nach Kernideen Ausschau gehalten, um die man geometrisches Wissen gruppieren kann. Auf dieser Grundlage entstanden

Module, kleine geometrische Wissenspakete, die klassenstufenübergreifend konzipiert wurden. Unsere Vorstellung ist, dass Lehrpersonen entsprechend der zu berücksichtigenden Ziele und Vorerfahrungen zusammenhängende Einheiten aus den Modulen herauslösen oder auch das gesamte Modul nutzen bzw. in weiteren Schuljahren wieder darauf zurückgreifen können. Die Module stellen nur ein Gerüst dar, in dem sich die Lehrkraft frei bewegen kann. Sie können entsprechend der curricularen und spezifischen Interessen der Lehrenden und Lernenden modifiziert und erweitert werden. Als Kernideen eignen sich Objekte wie „Faltwinkel“, „Achsenkreuz“, „Streifen“ aber auch Grundfiguren selbst wie der Kreis oder die Dreiecke. Die geometrische Sprache orientiert sich mitunter an den Vorstellungen der Grundschul Kinder. Zehn solcher Module wurden bisher zusammengestellt. Während das Modul 1 Grundbegriffe aufgreift, wenden sich die folgenden Einheiten den Figuren zu, z. B.:

Modul 3: *Dreiecke* (beliebige Dreiecke mit spitzen und flachen (stumpfen) Ecken (Winkeln); Dreiecke mit einer Mitte bzw. Symmetrieachse (gleichschenkelig, „unter dem Halbkreis rechtwinklig“); Dreiecke mit drei gleichlangen Seiten; Symmetrien)

Modul 4: *Streifengeometrie* (parallele Kanten; Trapeze, rechtwinklige Trapeze, symmetrische Trapeze; ... Parallelogramm; Rechteck; Quadrat)

Modul 5: *Geometrie im Kreis* (Halbkreis, Viertelkreis – Faltwinkel, Dreiviertelkreis, Vierviertelkreis; Quadrat, halbes Quadrat – rechtwinkliges Dreieck; Achteck; Kegel – 12-Eck, Sechseck, gleichseitiges Dreieck, symmetrisches Trapez, Rechteck; Beziehungen Radius-Kreis)

Beim Nutzen des Moduls „*Dreiecke*“ spielt, wie auch bei den anderen Kernideen, das Papierfalten eine Rolle. Legt man z. B. ein Papierquadrat vor sich hin und stellt sich vor, die linke und rechte untere Ecke sind die Ecken A und B eines Dreiecks so könnte die dritte Ecke (der dritte Punkt) C irgendwo auf dem Blatt (oder außerhalb) sein. Nehmen wir an, er befindet sich auch auf dem Blatt und wir verbinden jeweils die Punkte A und B mit den Punkten C zu Dreiecken, dann können ganz spitze oder flache (später spitz- und stumpfwinklige) Dreiecke entstehen. Liegt der Punkt C links oder rechts auf dem Rand des Papierquadrates, erhält man rechtwinklige Dreiecke. Faltet man das Papierquadrat in der Mitte (zwischen A und B) und kennzeichnet die Punkte C auf diese Faltlinie, entstehen Dreiecke mit zwei gleichlangen Seiten.

Der vorgestellte Ansatz wurde durch Lehrerinnen und Lehrer in zahlreichen Fortbildungen evaluiert. Sie begrüßten insbesondere die Systematik. Der Schulversuch begann im Schuljahr 2010/11 mit zwei ersten Klassen (n

= 40). Die Entwicklung der Kinder soll drei Jahre begleitet werden. Das Unterrichtsdesign umfasst in der Regel vier Phasen (vgl. auch van Hiele 1986): 1. Erinnern/Reflektieren, 2. Wissen aufnehmen, 3. Anwenden/Erproben, 4. Austauschen/Besprechen. In Phase 2 wird durch die Lehrperson neues Wissen vorgestellt, und die notwendigen Aktivitäten werden demonstriert. Im Anschluss erhalten die Kinder einen offenen Arbeitsauftrag, mit dem sie sich in der Anwendungs- und Erprobungsphase entsprechend ihren Möglichkeiten eigenständig auseinandersetzen. Offene Aufgaben im Zusammenhang mit den Modulen zu Dreiecken waren z. B.: „Zeichne und schneide Dreiecke mit zwei gleichlangen Seiten.“ (Kl. 1), „Zeichne Dreiecke, die keine, eine oder mehrere Symmetrielinien haben.“ (Kl. 2).

Am Ende der Klasse 1 (nach 12 Geometriestunden) erhoben wir wie auch schon in der Pilotstudie mit einem offenen Zeichenauftrag das erworbene Wissen: „Zeichne und falte Linien und Figuren, die du kennst. Schreibe die Namen daran.“ Anhand der Darstellungen der Kinder erfassten wir die Häufigkeit des Auftretens der Figuren. (Abb. 1) Die Art und Weise des Falzens und Zeichnens ließ Rückschlüsse zu auf Beziehungen und Eigenschaften, die die Erstklässler inzwischen nutzen konnten.

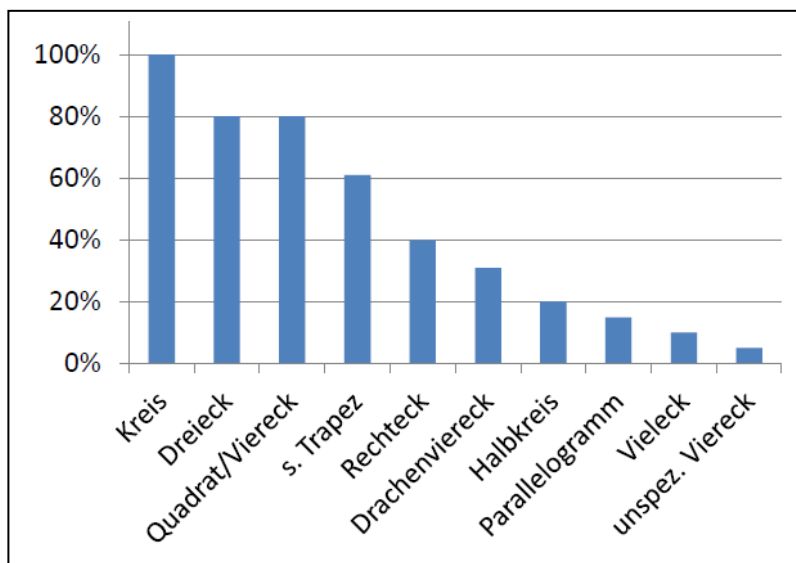


Abb.: 1: Figurenkenntnis Kl. 1, Juni

Insgesamt konnten alle Figuren, die in den 12 Geometriestunden eine Rolle gespielt hatten, von den Erstklässlern realisiert werden. Allerdings hatten wir Darstellungen von Rechteck, Parallelogramm und Drachenviereck zahlreicher erwartet. Es wurde deutlich, wie nachhaltig sich die Vorerfahrungen zu den einzelnen Formen auswirken: Kreis, Dreieck und Quadrat (teilweise immer noch als „Viereck“ benannt) waren nach Erhebungen im Rahmen von Masterarbeiten auch in den traditionell unterrichteten Klassen

die Spitzenreiter. Versöhnlich stimmten die vielfältigen Beziehungen, die unsere Probanden bei der Erstellung der Figuren nutzten, z. B.: „Ein (gleichschenkliges) Dreieck kann man aus einem Quadrat falten.“, „Das Dreieck, das man aus dem Quadrat falten kann, hat eine Mittellinie.“, „Man muss erst die Mitte eines (gleichschenkligen) Dreiecks markieren, um daraus ein symmetrisches Trapez falten zu können.“, „Aus (kongruenten gleichschenkligen) Dreiecken kann man andere Figuren legen, z. B. Trapeze.“, „Dort, wo sich die Achsen beim Achsenkreuz schneiden, findet man viermal den rechten Winkel.“, „Linien durch den Mittelpunkt des Kreises markieren Punkte auf der Kreislinie, die zu Vielecken führen („Achteck“, „Vierzehneck“).“

3 Gedanken zum Falten und Zeichnen

Auf dem Weg zu geometrischem Wissen und Können war das *Falten* zunächst die wichtigste Aktivität. Hilfreich für die Schulanfänger war, dass ein Teil des Ausführungswissens immer schon im Medium kodiert ist. (Schuster 2000) Die Kinder konnten sich auf (Falt-) Linien konzentrieren. Das schien einfacher als das Koordinieren von Punkten beim Zeichnen. Die Teilschritte, um zu einer Figur zu gelangen, ließen sich gut zurückverfolgen bzw. vorausdenken. Trotz der Überlegenheit des Falten im Zusammenhang mit den frühen geometrischen Aktivitäten sollten auch das *Zeichnen und Anfänge des Konstruierens* einbezogen werden. Dieses Darstellungswissen ist wichtig, um später komplexere Darstellungen erfolgreich zu bewältigen. Insbesondere der Zirkel erwies sich als nützliches und von jungen Grundschulkindern gut handhabbares Zeichengerät. Sie lernten das Markieren von Abständen ohne messen zu müssen. Das Wechseln zwischen den Lagebeziehungen (waagrecht/senkrecht) beim Zeichnen mit dem Geometriedreieck erwies sich als anspruchsvoll. Allerdings gelang es den am Versuch beteiligten Kindern schon am Ende der 1. Klasse gut, das Achsenkreuz mit dem Geometriedreieck zu zeichnen. Ausgehend von diesem Grundbaustein können Zeichenfertigkeiten für die Darstellung von rechtwinkligen Vierecken erworben werden.

Literatur

- Piaget, J. , Inhelder, B. (1975): Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde. Stuttgart: Klett.
- Rasch, R. (2011): Geometrisches Wissen in der Grundschule. In: R. Haug, L. Holzäpfel (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2011. Münster: WTM-Verlag.
- Schuster, M. (2000): Psychologie der Kinderzeichnung. Göttingen: Hogrefe.
- van Hiele, P. M. (1986): Structure and Insight: A theory of Mathematics Education. Orlando: Academic Press.