

Julia SCHWABE<sup>1</sup>, Meike GRÜBING<sup>2</sup>, Aiso HEINZE<sup>2</sup>,  
Frank LIPOWSKY<sup>1</sup>, <sup>1</sup>Kassel/ <sup>2</sup>Kiel

## **Zeigen oder entdecken lassen? Eine experimentelle Studie zum halbschriftlichen Rechnen**

### **Überblick über die Studie**

In den letzten 15 Jahren wurden die Rechenstrategien von Schülerinnen und Schülern bei der Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 1000 intensiv untersucht. Es besteht Konsens darüber, dass Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht der Grundschule nicht nur schnell und korrekt rechnen lernen sollen, sondern dass sie darüber hinaus auch die Fähigkeit entwickeln sollen, verschiedene Rechenstrategien flexibel und adaptiv auf die jeweilige Aufgabe bezogen einzusetzen. Die Ergebnisse verschiedener Studien zeigen jedoch, dass die Fähigkeit zur Anwendung adaptiver Rechenstrategien in der Grundschule eher gering ausgeprägt ist (z. B. Carpenter et al., 1997; Selter, 2001; Benz, 2007; Torbeyns, de Smedt, Ghesquière & Verschaffel, 2009; Heinze, Marschick & Lipowsky, 2009). Gleichzeitig deuten die Ergebnisse einiger Studien darauf hin, dass sich positive Effekte für Unterrichtskonzepte ergeben, welche die adaptive Strategiewahl fördern (z.B. Carpenter et al., 1997; Blöte et al., 2000; Rathgeb-Schnierer, 2007). Allerdings handelt es sich bei den vorliegenden Studien oft um umfassende Unterrichtskonzepte, die sich nicht auf den Arithmetikunterricht beschränken. Darüber hinaus wurden die Studien überwiegend unter nicht standardisierten Rahmenbedingungen durchgeführt.

Die Frage, welche Instruktionsstrategien den Kompetenzerwerb im Bereich der adaptiven Strategiewahl möglichst effektiv fördern, ist bisher nicht hinreichend geklärt. Im Projekt „Instruktionsstrategien zur Förderung der individuellen Kompetenz zur adaptiven Wahl von Additions- und Subtraktionsstrategien im Zahlenraum bis 1000“ (Kurztitel: **Tipps zum geschickten Rechnen: TigeR**) sollen die Effekte zweier moderner instruktionaler Ansätze auf den Kompetenzerwerb zur adaptiven Wahl von Additions- und Subtraktionsstrategien im Zahlenraum bis 1000 untersucht und verglichen werden.

Während der *explizierende Ansatz* die sukzessive Behandlung mit jeweiliger Automatisierung vorgegebener idealtypischer Strategien in Verbindung mit dem kontinuierlichen Aufbau von Metawissen über die Effizienz von Lösungswegen vorsieht, strebt der *problemlöseorientierte Ansatz* einen Kompetenzaufbau durch wiederholte aufgabenbezogene Generierung von individuellen Strategien an, ohne dass Strategien vorgegeben werden. In Tabelle 1 werden die entscheidenden Unterschiede der beiden Instruktions-

strategien dargestellt. Sie unterscheiden sich in der Vorstellung über die Strategie Verwendung, den Strategieerwerb und den Erwerb der Kompetenz zur adaptiven Strategiewahl.

Tabelle 1: Gegenüberstellung der Instruktionsstrategien

„Explizierender Ansatz“	„Problemlöseorientierter Ansatz“
Grundlegende Annahmen zum Strategieerwerb	
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Strategien als prozedurales Wissen</li> <li>– Strategien werden beim Lösen von Aufgaben adaptiv gewählt</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– kein Strategierepertoire</li> <li>– adaptive Rechenwege werden individuell generiert</li> </ul>
Didaktische Umsetzung im Unterricht	
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Strategierepertoire aufbauen</li> <li>– Strategien automatisieren</li> <li>– Aufbau von Metawissen über die adaptive Strategiewahl</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Thematisierung von Aufgabencharakteristika, Adaptivität, Schulung des „Zahlenblicks“</li> <li>– Aufbau von Zahlenwissen</li> </ul>

Im *explizierenden Ansatz* stehen die Einführung und Automatisierung zentraler Strategien in Verbindung mit der Diskussion ihrer adaptiven Verwendung im Vordergrund. Im *problemlöseorientierten Ansatz* werden dahingegen keine Strategien vorgegeben und automatisiert. Nach Threlfall (2009) ist die Annahme, dass Strategien als Lösungsmethoden im Gedächtnis vorliegen, gewählt und angewendet werden, nicht adäquat. Er geht davon aus, dass bei jeder Aufgabe auf Basis des individuellen konzeptuellen Wissens über Zahlen ein Lösungsweg generiert wird (Strategieemergenz) und die Kompetenz zur adaptiven Strategiewahl über die kontinuierliche Diskussion verschiedener Lösungswege erworben wird. Demnach sollte sich der Unterricht durch das kontinuierliche Selbstentdecken von Lösungswegen gepaart mit einer Diskussion über die Effizienz dieser Lösungswege auszeichnen.

Im Rahmen des Projekts „Tiger“ fand in den Herbstferien 2011 ein außerschulisches mathematisches Ferienprogramm am IPN in Kiel statt, in welchem 81 Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufe 3 in vier Gruppen unter kontrollierten Bedingungen entweder nach dem *explizierenden Ansatz* oder dem *problemlöseorientierten Ansatz* unterrichtet wurden. Der Unterricht wurde von zwei geschulten Projektmitarbeiterinnen durchgeführt, wobei – um Effekte der unterrichtenden Lehrperson kontrollieren zu können – jede Mitarbeiterin jede Instruktionsstrategie einmal unterrichtete.

## Forschungsfragen

Ziel des Projektes ist die Untersuchung der Effektivität beider Instruktionsansätze im Hinblick auf die individuelle Kompetenz zur adaptiven Wahl von Additions- und Subtraktionsstrategien. Insbesondere wird untersucht, ob die Instruktionsstrategien unterschiedliche Effekte zeigen im Hinblick auf

- den individuellen Kompetenzerwerb von leistungsstarken und leistungsschwachen Schülerinnen und Schülern,
- die individuellen Kriterien zur Wahl von Rechenstrategien,
- die Stabilität der erworbenen Kompetenz zur adaptiven Strategiewahl.

## Design

Die Stichprobe besteht aus 81 Schülerinnen und Schülern aus 17 Klassen der Jahrgangsstufe 3, die unter Kontrolle der Mathematikleistung, des HISEIs und der Leistung in einem Strategie-Vortest zufällig den beiden Instruktionsbedingungen zugewiesen wurden. Als Kontrollgruppe werden die Mitschülerinnen und -schüler der 81 teilnehmenden Kinder herangezogen.

Die folgende Grafik zeigt den Verlauf der Studie mit den einzelnen Erhebungen sowie den beiden Auffrischungsinterventionen. Die Erhebungen im unteren Teil der Grafik (hellgrau hinterlegt) wurden sowohl in der Experimental- als auch in der Kontrollgruppe durchgeführt.

Tabelle 2: Schematische Darstellung des Ablaufs der Studie

Juni	September	Herbstferien	Dezember	Januar	Februar	Mai
	Interviews	Intervention mit 81 SuS	Kurz-intervention		Kurz-intervention	
	CFT	Strategietest	Strategietest		Kurz-interviews	
	Eltern-FB	Interviews Schüler-FB				
DEMAT 2+	Strategie-test Lehrer-FB			Strategie-test		Strategie-test

Der zeitliche Umfang der Intervention in den Herbstferien 2011 betrug pro Instruktionsansatz und Lerngruppe umgerechnet etwa 16 Schulstunden. Bei den beiden Instruktionsansätzen, die im TigereR-Projekt gegenübergestellt werden, handelt es sich um idealtypische Unterrichtsansätze. Während in

der Unterrichtspraxis wahrscheinlich eine Mischung unterschiedlichster Ansätze realisiert wird, um die Kompetenz der adaptiven Strategiewahl bei Schülerinnen und Schülern der unterschiedlichen Leistungsniveaus zu entwickeln, wurden die beiden Ansätze im TigeR-Projekt unter „laborähnlichen“ Bedingungen getrennt unterrichtet. Für die praktische Durchführung lag ein streng vorgegebenes Unterrichtsskript vor.

### **Erwartete Ergebnisse**

Für beide Ansätze werden unterschiedliche Vorteile vermutet: Aufgrund der Ergebnisse von Vorstudien (Heinze et al., 2009) wird in der Gruppe des *explizierenden Ansatzes* erwartet, dass mehr Aufgaben mit zielführenden Strategien (= Strategien, die prinzipiell zur korrekten Lösung führen können) bearbeitet werden und insbesondere leistungsschwächere Kinder profitieren. Für die Kompetenz der adaptiven Strategiewahl hingegen werden in der Gruppe des *problemlöseorientierten Ansatzes* signifikant bessere Werte erwartet, wenn nur die zielführenden Strategien betrachtet werden.

### **Literatur**

- Benz, C. (2005). *Erfolgsquoten, Rechenmethoden, Lösungswege und Fehler von Schülerinnen und Schülern bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 100*. Hildesheim: Franzbecker.
- Blöte, A. W., Klein, A. S., & Beishuizen, M. (2000). Mental computation and conceptual understanding. *Learning and Instruction, 10*, 221-247.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., Jacobs, V. R., Fennema, E., & Empson, S. B. (1997). A longitudinal study of invention and understanding in children's multidigit addition and subtraction. *Journal of Research in Mathematics Education, 29*(1), 3-20.
- Heinze, A., Marschick, F., & Lipowsky, F. (2009). Addition and Subtraction of Three-Digit Numbers: How adaptive is German 3rd-Graders' strategy use? *ZDM - International Journal on Mathematics Education, 41*(5), 591-604.
- Rathgeb-Schnierer, E. (2007). Kinder auf dem Weg zum flexiblen Rechnen: Eine Untersuchung zur Entwicklung von Rechenwegen bei Grundschulkindern auf der Grundlage offener Lernangebote und eigenständiger Lösungsansätze. *Journal für Mathematik-Didaktik, 28*(2), 173-174.
- Selter, C. (2001). Addition and Subtraction of Three-Digit Numbers: German Elementary Children's Success, Methods and Strategies. *Educational Studies in Mathematics, 47*, 145-173.
- Threlfall, J. (2009). Strategies and flexibility in mental calculation. *ZDM - International Journal on Mathematics Education, 41*(5), 541-555.
- Torbeyns, J., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2009). Efficiency and flexibility of indirect addition in the domain of multi-digit subtraction. *Learning and Instruction, 19*(1), 1-12.