

Hans-Dieter SILL, Rostock

Zum Verhältnis der Wissenschaften Mathematik und Didaktik des Mathematikunterrichts

Vorbemerkungen

Die im Beitrag wiedergegebenen Aussagen von Fachmathematikern sind kein Ergebnis repräsentativer Erhebungen, sondern Einzel- oder Gruppenmeinungen in unserem Institut, die im Zusammenhang mit aktuellen Bestrebungen zur Reform der Lehrerbildung geäußert wurden.

Es geht mir nicht darum, die Kollegen zu diskreditieren, sondern nach den tieferen Ursachen für die unterschiedlichen Ansichten und Meinungen zu einer berufsbezogenen Lehrerausbildung zu suchen und daraus entsprechende Konsequenzen abzuleiten. Nach vielen vergeblichen Versuchen, eine andere Sicht auf universitäre Lehre anzuregen, glaube ich, dass es weniger um subjektiv bedingte Vorstellungen geht, sondern um grundlegende objektive Unterschiede zwischen Denk- und Arbeitsweisen in beiden Wissenschaften, die sich aus ihren unterschiedlichen Gegenständen ergeben.

Die erfreulicherweise zunehmend engere Zusammenarbeit von Mathematikern und Didaktiker sollte auf der gegenseitigen Akzeptanz und Wertschätzung unterschiedlicher Sichtweisen und Kompetenzen erfolgen.

Kontrastierende Beispiele können vieles deutlicher machen.

1. Zu einigen Phänomenen

Eine Befragung von 115 Studienanfängern aller Lehrämter im Wintersemester 2011/12 ergab u. a. folgende Resultate:

- Ca. 70 % haben eine Abiturnote besser 2,5 und bis zu 90 % (LA GY) haben im Fach Mathematik 10 oder mehr Punkte erreicht.
- Mit einer fünfstufigen Skala von „trifft voll und ganz zu“ (1) bis „trifft überhaupt nicht zu“ (5) ergaben sich bei der Frage nach den Beweggründen für ein Lehramtsstudium im Fach Mathematik bei folgenden Aussagen die angegebenen Mittelwerte der Zustimmung:
 - Ich habe Mathematik in der Schule gern und leicht gelernt. (1,8)
 - Es macht Freude, wenn man ein Problem selbst gelöst hat. (1,9)
 - Mich interessiert die Mathematik in besonderem Maße. (2,0)

Dies zeigt, dass die überwiegende Mehrzahl der Studienanfänger mit guten Noten an die Universität kommt und Freude an der Mathematik und der Lösung mathematischer Probleme hat.

Im Wintersemester 2011/12 haben wir erstmalig ein Tutorensystem für fachmathematische Veranstaltungen im 1. Semester angeboten, das von Lehramtskandidaten höherer Semester unter Anleitung von erfahrenen Gymnasiallehrern durchgeführt wurde. Bei den Klausuren am Ende des Semesters stellte sich dann aber wie in den Jahren zuvor wieder heraus, dass teilweise weit über die Hälfte der Klausurteilnehmer weniger als 50 % der Punkte erreichte.

Die Befragung der Studienanfänger ergab weiterhin, dass die überwiegende Mehrzahl im ersten Schuljahr erwartet, dass Mathematik, die dem Schulstoff entspricht, tiefgründiger behandelt wird, sie viele interessante Aufgaben lösen und auch lernen wie man dem Schulstoff unterrichten kann. Eine Analyse der Übungs- und Klausuraufgaben zeigt, dass diese Erwartungen dadurch nicht erfüllt werden können.

In Diskussionen mit Fachkollegen über die erzielten Ergebnisse wurden als Ursachen ausschließlich die mangelnden Vorleistungen der Schule und die fehlende Anstrengungsbereitschaft der Studierenden genannt. Probleme in der eigenen Lehre wurden nicht gesehen

In Bezug auf die notwendigen Vorkenntnisse der Studierenden gab es auch unterschiedliche Meinungen. Ein Hochschullehrer für Algebra stellte fest, dass mathematische Vorkenntnisse aus der Schule zwar nützlich aber nicht wirklich wichtig seien, während ein Hochschullehrer für Analysis die Vorleistungen der Schule für absolut unzureichend hält.

Im Zusammenhang mit der Reform der Lehrerausbildung wurden in einem Thesenpapier einer Gruppe von Hochschullehrern u. a. folgende Standpunkte geäußert.

- Um die Schulmathematik vom höheren Standpunkt aus betrachten zu können, ... müssen die Studenten zunächst auf einen solchen höheren Standpunkt gebracht werden.
- Die Lehrerausbildung sollte als Hochschulstudium und nicht als berufliche Ausbildung verstanden werden.
- Eine Verwischung der Grenzen zwischen fachdidaktischen und fachwissenschaftlichen Veranstaltungen ist abzulehnen. Vorlesungen der Didaktiker etwa über „Elementarmathematik“ dürfen nicht als Ersatz von fachwissenschaftlichen Modulen fungieren.

Ein Gymnasiallehrerstudent sagte mir, dass er in der Geometrievorlesung im 5. Semester zum ersten Mal das Wort 'Schule' gehört hat.

2. Zu Ursachen der Missverständnisse

Zu den Ursachen für diese Phänomene zähle ich die unterschiedlichen Auffassungen zum Lernen. Diese zeigen sich unter anderem in mehr oder weniger explizit geäußerten Meinungen der folgenden Art.

- Zur Beschreibung der Ziele einer Lehrveranstaltung reicht es aus, die fachlichen Inhalte anzugeben.
- Die Lehre besteht wesentlich aus Vorträgen des Lehrenden.
- Lernen heißt, in der Vorlesung gut zuhören, sich alles einzuprägen und möglichst selbst die Übungsaufgaben lösen.
- Die Übungsaufgaben müssen anspruchsvoll sein.

Ein Ergebnis dieser Auffassung ist, dass die Module Analysis I und II (für Bachelor- und Gymnasiallehramtsstudierende) im ersten und zweiten Semester aus 6 SWS für Vorlesungen und nur 2 SWS für Übungen bestehen.

In der ersten Vorlesung zur linearen Algebra wurden folgende Themen behandelt: Aussagen und Aussageformen, Quantoren, Operationen mit Aussagen, Wahrheitstabellen, Gesetze der Aussagenlogik, Tautologie, Kontradiktion, der direkte Beweis, die vollständige Induktion, der indirekte Beweis.

Analysiert man die lerntheoretischen Grundlagen der Denkweisen, so ergibt sich, dass oft gegen grundlegende pädagogische und didaktische Prinzipien verstoßen wird.

- Es wird sich meist hauptsächlich an den Inhalten und ihrer "didaktischen" Aufbereitung und nicht an den Zielen orientiert.
- Es finden meist unvollständige Lernprozesse statt.
- Die Lernenden werden nicht dort abgeholt werden, wo sie sich befinden, d. h. es wird nicht an ihre kognitive Struktur angeknüpft.
- Die Anforderungen der Aufgaben werden nicht schrittweise gesteigert, es fehlen für das Lernen wesentliche Aufgabentypen.

Die tieferen Ursachen für die dargestellten Erscheinungen liegen allerdings in den grundlegenden Unterschieden im Wesen und im Gegenstand der beiden Wissenschaften und sind damit objektiv bedingt.

Die Mathematik ist, verkürzt dargestellt, ein theoretisches System im Kopf von Mathematikern. Der Mathematikunterricht ist im Wesen ein Prozess der Entwicklung psychischer Eigenschaften im Kopf von Lernenden.

Der Gegenstand der Mathematik sind abstrakte Zeichensysteme, Muster und Strukturen. Die Gegenstände der Didaktik des Mathematikunterrichts lassen sich grob in die folgenden drei Kategorien unterteilen:

- A: Funktionen, Ziele und Stoffe von mathematischen Lehrgängen
- B: Unterrichtsmethoden und -mittel in mathematischen Lehrgängen
- C: Lokale und globale Entwicklungsprozesse mathematischer Leistungs- und damit verbundenen Verhaltenseigenschaften bei Lernenden in mathematischen Lehrgängen

Die Denk- und Arbeitsweisen in beiden Wissenschaften sind deshalb grundlegend verschieden. In der Mathematik wird vorwiegend analytisch gearbeitet. Es ein axiomatischer und deduktiver Aufbau der Theorie möglich. Begriffe werden durch Definitionen festgelegt. Ein wesentliches Ziel ist der Beweis aller Aussagen. Es ist eine sehr konzentrierte Darstellung der Theorie möglich.

In der Didaktik des Mathematikunterrichts wird vorwiegend synthetisch gearbeitet. Begriffe können nur durch Explikation im Wechselverhältnis inhaltlicher und formaler Aspekte erklärt werden. Es gibt kaum allgemeingültige Zusammenhänge. Die Erkenntnisse sind nicht deduktiv beweisbar. Es sind zur Darstellung von Erkenntnissen oder Formulierung von Problemen umfangreiche Erörterungen nötig.

Die Wissenschaften werden von unterschiedlichen Personengruppen genutzt. Mathematische Erkenntnisse werden von Mathematikern, vielen weiteren Wissenschaftler und Mathematiklehrern benötigt. Die Didaktik des Mathematikunterrichts ist die Berufswissenschaft von Mathematiklehrkräften.

3. Zu Konsequenzen

Bei einer vorurteilsfreien Anerkennung dieser objektiv gegebenen Unterschiede ergeben sich unter anderem folgende Konsequenzen für das Verhältnis der beiden Wissenschaften und der in ihnen tätigen Personen.

- Alle Hochschullehrer für Mathematik sind auch Lehrer und brauchen eine grundlegende pädagogisch-fachdidaktische Ausbildung.
- Die Fachdidaktiker müssen als Experten für das Lehren und Lernen von Mathematik auch an der Universität akzeptiert werden.
- Es sollte eine klare Abgrenzung der beiden Wissenschaften bei gegenseitiger Akzeptanz der spezifischen Kompetenzen erfolgen.

Zur Betonung der Spezifik der beiden Wissenschaften und Vermeidung von Missverständnissen sollte anstelle von „Didaktik der Mathematik“ die Bezeichnung „Didaktik des Mathematikunterrichts“ verwendet werden.