

Katharina WESTERMANN, Nikol RUMMEL, Ruhr-Universität Bochum,  
Lars HOLZÄPFEL, Pädagogische Hochschule Freiburg

## **Präkonzepte aufgreifen fördert den Verständniserwerb**

### **1. Präkonzepte aufgreifen**

Unterrichtskonzepte mit eigenständiger Bearbeitung sinnstiftender Probleme gewinnen zunehmend an Bedeutung (Leuders, Hußmann, Barzel & Prediger, 2011). Bei der eigenständigen Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten greifen die Lernenden auf ihr Vorwissen und ihre Präkonzepte zurück. Dabei handelt es sich um Präkonzepte, die nicht unbedingt mit den in der Mathematik geltenden Normen übereinstimmen (Prediger & Wittmann, 2009). In einer anschließenden Instruktion können die Lernenden an ihrem individuellen Wissens- und Vorstellungsstand abgeholt werden (Lengnink, Prediger & Weber, 2011), indem diese Präkonzepte aufgegriffen und mit den mathematischen Konventionen in Verbindung gebracht werden. Durch diesen Prozess kann negatives Wissen (d.h. Abgrenzung kanonischer Lösungen und Konzepte von fehlerhaften Prozeduren und Ideen) gefördert werden (Oser, Hascher & Spychiger, 1999). Ein Ansatz, der selbstständiges Problemlösen mit anschließendem Aufgreifen der Schülerpräkonzepte untersucht, ist *Productive Failure* (Kapur, 2009): Lernende suchen zunächst eigenständig Lösungswege für ein Problem zu einem noch unbekanntem Konzept. Dabei verfolgen die Schülerinnen und Schüler zwar in der Regel Wege, die nicht mit der Norm übereinstimmen, jedoch scheinen sie von der nachfolgenden Instruktion besonders gut zu lernen: Kapur (2009) konnte in mehreren Studien zeigen, dass Lernende, die zunächst selbstständig Lösungsansätze generierten, ehe die Lehrperson ihre Lösungsansätze mit der mathematischen Norm in Verbindung brachte, in Nachtests deutlich besser abschnitten als diejenigen der Kontrollgruppe, die zunächst eine Instruktion erhielten und anschließend Übungsaufgaben bearbeiteten. Die Studien von Kapur (2009) lassen jedoch offen, ob die Lernergebnisse auf das selbstständige Problemlösen an sich zurückzuführen sind oder ob das Aufgreifen und die Ausdifferenzierung der Präkonzepte in der anschließenden Instruktion der Schlüssel zum Erfolg ist. Mit anderen Worten, dient das Problemlösen vielleicht „nur“ dem Explizieren von Präkonzepten? Hier stellt sich die Frage, ob Lernen aus Fehlern und Präkonzepten anderer – advokatorisches negatives Wissen (Oser et al., 1999) – den Wissenserwerb in gleicher Weise fördern kann.

Vor dem Hintergrund der häufig geäußerten Bedenken, dass sich fehlerhafte Ansätze, die die Lernenden während der eigenständigen Arbeitsphase entwickeln (und seitens der Lehrkraft nicht unmittelbar korrigiert werden),

negativ auf den Wissenserwerb auswirken könnte, stellt sich zudem die Frage, ob die Schülerinnen und Schüler während der eigenständigen Arbeitsphase unterstützt werden sollten um fehlerhafte Lösungsansätze aufzufangen. Während in frühen Productive Failure Studien die Lernenden nur motiviert wurden weitere Lösungsansätze zu entwickeln, erhielten sie in neueren Productive Failure Studien Gegenbeispiele zu ihren Lösungsansätzen, um unvollständige und fehlerhafte Aspekte der Lösungsideen zu verdeutlichen und so die Lernenden zum nächsten Schritt zu leiten. Ob sich der gezielte Einsatz von Gegenbeispielen in dieser Situation lernförderlich auswirkt wurde jedoch bislang nicht empirisch überprüft.

## 2. Studiendesign

In unserer Studie interessierten wir uns zunächst dafür, wie sich die eigenständige Erarbeitung mit anschließender Instruktion im Vergleich zur Instruktion mit anschließender Übung auf den prozeduralen (analoge Aufgaben) und konzeptuellen Wissenserwerb (fehlerhafte Lösungen erklären und Darstellungswechsel) auswirkt. Beide Ansätze variierten wir zudem hinsichtlich folgender Optimierungsfragen: Können prototypische Präkonzepte lernförderlich in einer Instruktion ohne vorangehende Problemlösephase aufgegriffen werden? Kann durch Gegenbeispiele während der eigenständigen, kooperativen Problemlösephase das Lernen weiter unterstützt werden? Zu Beantwortung dieser Fragen verglichen wir in einer quasi-experimentellen Studie mit 154 Zehntklässlern vier Bedingungen: In einer regulären *Productive Failure* Bedingung (PF) bearbeiteten die Schülerinnen und Schüler während einer Schulstunde in Dreiergruppen ein Problem ohne vorangehende Instruktion. Dabei erhielten sie keine inhaltliche Unterstützung. In einer *unterstützten Productive Failure* Bedingung (PF+) erhielten die Lernenden Gegenbeispiele zu ihren Lösungsansätzen. In einer nachfolgenden Instruktionsphase (eine Schulstunde) wurden in beiden Productive Failure Bedingungen basierend auf typischen Schülerlösungen das Konzept und die Formel der Standardabweichung (bzw. des Mittleren absoluten Abstands zum Mittelwert) hergeleitet. In einer regulären *Direkte Instruktion*-Bedingung (DI) führte die Lehrperson in einer Schulstunde zunächst das Konzept und die Formel ein. Anschließend lösten die Lernenden eine Schulstunde lang Übungsaufgaben in Kleingruppen. In der Bedingung *Direkte Instruktion mit Schülerlösung* (DI-S) führte die Lehrperson das Konzept und die Formel vor dem Hintergrund typischer fehlerhafter Schülerlösungen ein. Die Instruktion stimmte folglich mit der Instruktion in den Productive Failure Bedingungen überein, fand aber zu Beginn der Lernphase statt. Anschließend lösten die Lernenden ebenfalls Übungsaufgaben in Kleingruppen.

### 3. Ergebnisse

Nur die Daten der 144 Lernenden, die in beiden Schulstunden anwesend waren, gingen in die Analysen ein. In einer MANCOVA mit dem Faktor Bedingung und der Kovariate Mathematiknote zeigten sich zwischen den Bedingungen signifikante Unterschiede. Bezüglich prozeduralem Wissen ergaben a priori Kontraste einen signifikanten Unterschied mit kleiner Effektstärke: Die Direkte Instruktions-Bedingungen zusammengenommen schnitten besser ab als die Productive Failure Bedingungen zusammengenommen ( $F[1, 139] = 7.02, p = .01, \eta^2 = .05$ ). Bezüglich konzeptuellen Wissen ergaben a priori Kontraste signifikante Unterschiede mit großer und mittlerer Effektstärke: Die Productive Failure Bedingungen schnitten besser ab als die Direkte Instruktions-Bedingungen ( $F[1, 139] = 26.67, p = .00, \eta^2 = .15$ ) und DI-S schnitt besser ab als DI ( $F[1, 139] = 19.0, p = .00, \eta^2 = .12$ ). Es gab keinen signifikanten Unterschied zwischen PF+ und PF. Ein posthoc Scheffé Test ergab für konzeptuelles Wissen zwei homogene Subgruppen: DI unterschied sich signifikant von allen anderen Bedingungen; es gab keinen signifikanten Unterschied zwischen PF, PF+ und DI-S.

### 4. Diskussion und Fazit

In unserer Studie schnitten die Direkte Instruktions-Bedingungen beim *prozeduralen Wissen* besser ab als die Productive Failure Bedingungen. Dies könnte auf einen Übungseffekt zurückzuführen sein: Die Lernenden der Direkten Instruktions-Bedingungen lösten acht Übungsaufgaben, wogegen die Lernenden der Productive Failure Bedingungen nur eine Aufgabe bearbeiteten. Bei einer längeren Übungsphase könnte sich der Unterschied nivellieren. Beim *konzeptuellen Wissen* hingegen, führten die Productive Failure Bedingungen zu besserem Lernerfolg. Die selbstständige Problemlösephase ermöglichte es in der anschließenden Instruktion, Präkonzepte und Vorwissen der Lernenden aufzugreifen, auszudifferenzieren und in mathematische Normen zu überführen. Kognitive Unterstützung in Form von Gegenbeispielen zu den erstellten Lösungsansätzen während der Problemlösephase hatte dabei keinen zusätzlichen Lerneffekt. Dies stimmt mit Befunden von Weinberger, Ertl, Fischer und Mandl (2005) überein; in ihren Studien zeigte es keine positiven Effekte auf die Lernergebnisse, wenn die Aufmerksamkeit der Lernenden auf bestimmte Aufgabenmerkmale gelenkt wurde. Unsere Studie zeigte weiterhin, dass das Aufgreifen typischer Präkonzepte für das konzeptuelle Wissen förderlich sein kann und zwar unabhängig davon, ob die Lernenden selbst in einer vorangehenden Problemlösephase Präkonzepte explizierten oder ob es sich um prototypische Präkonzepte handelte: In unserer Studien schnitten Bedingungen, in denen die Instruktion auf typische Präkonzepte aufbaute (PF, PF+, DI-S), besser ab als

die DI Bedingung in der der Fokus der Instruktion auf kanonischen Lösungen lag. Dass Lernende nicht unbedingt ihre eigenen Präkonzepte explizieren müssen, sondern auch von Präkonzepten anderer profitieren können, ergaben auch ergänzende (vorläufige) Analysen von Videoaufnahmen der selbstständigen Problemlösephase in den Productive Failure Bedingungen: Die Anzahl eingebrachter eigener Ideen korrelierte nicht signifikant mit den Nachtestergebnissen ( $r_{prozedural} = .21, p = .06$ ;  $r_{konzeptuell} = .11, p = .30$ ). Ohne vorangehende Problemlösephase ist Abholen der Lernenden an ihrem Wissens- und Vorstellungsstand (Lengnink et al., 2011) allerdings nur dann möglich, wenn die Präkonzepte hinlänglich bekannt sind.

Da sich die Bedingungen mit oder ohne Präkonzepten in ihrem Umgang mit der Mathematik als Disziplin unterscheiden, ist zusätzlich das Bild der Lernenden vom Fach von Interesse. Wir erfassten das Mathematikbild der Lernenden mit dem Semantischen Differential nach Stahl & Bromme (2007). Es zeigte sich, dass von der rezeptiven DI Bedingung insbesondere Lernende profitierten, die Mathematik als objektiv ( $r_{prozedural} = .69, p = .00$ ) und statisch ( $r_{prozedural} = .54, p = .02$ ) ansahen, wogegen von der DI-S Bedingung Lernende am meisten profitierten, die Mathematik als dynamisch ( $r_{prozedural} = .37, p = .02$ ;  $r_{konzeptuell} = .38, p = .02$ ) betrachteten. Eine Instruktion, die Präkonzepte der Lernenden aufgreift, scheint demnach zu einem neueren Mathematikverständnis zu passen. Dieser Einfluss des Mathematikbilds kam allerdings nicht zum Tragen, wenn die Lernenden zuvor ihre Präkonzepte aktivierten (PF, PF+); weitere Analyse stehen hier noch aus.

## Literatur

- Kapur, M. (2009). Productive Failure in mathematical problem solving. *Instructional Science*, 38(6), 523-550.
- Lengnink, K., Prediger, S. & Weber, C. (2011). Lernende abholen, wo sie stehen - Individuelle Vorstellungen aktivieren und nutzen. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 53(40), 2-7.
- Leuders, T., Hußmann, S., Barzel, B. & Prediger, S. (2011). „Das macht Sinn!“ Sinnstiftung mit Kontexten und Kernideen. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 53(37), 1-9.
- Oser, F., Hascher, T. & Spychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des negativen Wissens. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten* (S. 11–41). Opladen: Leske + Budrich.
- Prediger, S. & Wittmann, G. (2009). Aus Fehlern lernen – (wie) ist das möglich? *Praxis der Mathematik in der Schule*, 51(27), 1-8.
- Stahl, E. & Bromme, R. (2007). The CAEB: An instrument for measuring connotative aspects of epistemological beliefs. *Learning and Instruction*, 17 (6), 773-785.
- Weinberger, A., Ertl, B., Fischer, F. & Mandl, H. (2005). Epistemic and social scripts in computer-supported collaborative learning. *Instructional Science*, 33(1), 1-30.