Hans-Stefan SILLER, Regina BRUDER, Tina HASCHER, Torsten LINNEMANN, Jan STEINFELD, Martin SCHODL

Stufenmodellierung mathematischer Kompetenz am Ende der Sekundarstufe II

Inhalts- und handlungsbezogene Kompetenzen sind, insbesondere vor dem Hintergrund von PISA und TIMSS ein zentraler Aspekt der fachdidaktischen Diskussion. Konsequenterweise soll, neben der Aufnahme in die Curricula, die Kompetenzorientierung auch in Prüfungssituationen soweit möglich berücksichtigt werden. Das Konzept der standardisierten schriftlichen Reifeprüfung an österreichischen Schulen beruht auf inhaltlichen Kompetenzen – sog. Grundkompetenzen (vgl. bifie, 2012). Um eine Vergleichbarkeit der Prüfungsaufgaben in der Matura zu ermöglichen, ist ein Stufenmodell zu deren Einordnung erforderlich. Der aktuelle Stand eines neu entwickelten Stufenmodells insbesondere für handlungsbezogene Kompetenzen wird im Folgenden vor dem Hintergrund der standardisierten schriftlichen kompetenzorientierten Reifeprüfung in Österreich vorgestellt.

1. Das schriftliche Abitur

Der Ausgangspunkt – wie es inzwischen auch in anderen (wesentlich größeren) zentralen Überprüfungen üblich ist - ist das Individuum und dessen Rolle in einer hochdifferenzierten, arbeitsteilig organisierten, demokratischen Gesellschaft. Für die letzte Abschlussprüfung an Gymnasien wurde ein bildungstheoretischer Zugang gewählt (vgl. Meyer, 2012). Im Zentrum steht das Modell der "Höheren Allgemeinbildung" nach Fischer (1999).

Große Bedeutung kommt dabei dem dialektischen Verhältnis von Verbindlichkeit und Freiraum für die Unterrichtsgestaltung zu. Inhaltliche Freiräume müssen eingeräumt werden, um auf der anderen Seite die Verbindlichkeit anderer Inhalte (ver-)stärken zu können.

2. Kompetenzorientierung und Prüfungen

Lehren, Lernen und Prüfen sind individuelle Prozesse, die eng miteinander verwoben sind: in Prüfungen soll gezeigt werden, was gelernt wurde und ob die (vorgegebenen) Lehrziele damit erreicht sind. Als prüfbar in einem Test erscheint jeweils der Performanzanteil einer Kompetenz. Dazu wurde eine Auflistung von sog. Grundkompetenzen (vgl. bifie, 2012) realisiert. Neben gültigen Curricula, Grundkompetenzkatalogen, fachlichen und/oder fachdidaktischen Aspekten müssen auch pädagogisch-didaktische Gegebenheiten berücksichtigt werden. Wünschenswert wäre hier eine "symbiotische Implementation" (vgl. Meyer, 2012). Da dies aufgrund zeitlicher

Vorgaben (in der Regel) nicht leistbar sein wird, kommt der theoretischen Konstruktion eines Stufenmodells eine entscheidende Bedeutung zu (vgl. Meyer, 2007, S. 5): Ein Stufenmodell erfasst, wie eine voll entfaltete Kompetenz strukturiert ist bzw. aus welchen Teilen sie sich zusammensetzt. Ein Prozessmodell beschreibt, in welcher Reihenfolge Kompetenzen im Unterrichtsprozess auf- und ausgebaut werden können."

Für den Unterrichtsfortschritt ist dieses "Hilfsmittel" u.E. insbesondere, um den Lernprozess bei Schülerinnen und Schülern konsequent zu begleiten, notwendig.

3. Das Kompetenzstufenmodell

Das Denken in (Kompetenz-)Stufen ist im schulischen Alltag nichts ungewöhnliches (vgl. Kiper et al, 2003 oder Piaget, 1978). Für das vorliegende Kompetenzstufenmodell (vgl. Abb. 1) haben wir uns in der Entwicklung auf vier Stufen verständigt, die in analoger Weise zu Meyer (2007) identifizierbar sind:

- Ausführen einer Handlung durch unreflektiertes Nachvollziehen (Stufe 1)
- Ausführen einer Handlung nach Vorgabe (Stufe 2)
- Ausführen einer Handlung nach Einsicht (Stufe 3)
- Selbstständige Prozesssteuerung (Stufe 4)

Tätigkeitstheoretischer Hintergrund der fachdidaktischen Interpretation solcher zunächst pragmatisch gesetzter Stufen ist die jeweils in der aktuellen Lern- bzw. Prüfungsanforderung erfolgende Ausbildung von Orientierungsgrundlagen für Lösungshandlungen auf unterschiedlichem Niveau, vgl. u.a. Lompscher et al (1985). Stufe I korrespondiert dann mit einer sehr elementaren bzw. schematischen Musterorientierung, Stufe III erreicht eine sogenannte Feldorientierung, die sich z.B. auch darin zeigt, dass die Lernenden in der Lage sind eigene Beispiele zu generieren. Die Komplexität der Anforderungen (Mehrschrittigkeit) unterscheidet insbesondere Stufe II von Stufe I. Mit dem tätigkeitstheoretischen Ansatz wird deutlich, dass ein höheres Orientierungslevel (Stufe) nicht erreichen werden kann ohne das vorherige Level zu beherrschen. Dennoch kann von einer konkreten Aufgabenbearbeitung nicht auf das jeweilige Orientierungslevel bei einem Individuum geschlossen werden, da z.B. Automatisierungsprozesse aus Training ermöglichen, schwierig erscheinende Aufgaben auf dem Level von Musterorientierung zu bearbeiten. Hier wächst der Anspruch an geeignete Prüfungsaufgaben.

Das Kompetenzstufenmodell liegt bislang in einem Entwurf vor. Nach den behördlichen Vorgaben wurden die Kompetenzen *Operieren & Technologieeinsatz, Argumentieren & Kommunizieren, Interpretieren & Dokumentieren* und schließlich *Modellieren & Transferieren berücksichtigt.*

Bei Argumentieren & Kommunizieren wurden die Arbeiten von Bruder und Pinkernell (2011) angelehnt. Bei Modellieren und Transferieren diente zum Beispiel Bruder (2012), Böhm (im Druck) bzw. Götz und Siller (eingereicht). Interpretieren & Dokumentieren wurde durch Differenzenbildung aus den anderen Kompetenzen entwickelt.

Neu musste vor allem *Operieren & Technologieeinsatz* gedacht werden. Wie beispielsweise Drüke-Noe (2012) zeigt, werden bereits in frühen Klassenstufen komplexe Algorithmen verlangt. Für eine hohe Kompetenz ist es aber nicht nur notwendig, komplexe Algorithmen einzusetzen, sondern auch, sinnvolle Einsatzgebiete zu finden und gegebenenfalls verschiedene Algorithmen zu kombinieren. Beispielsweise kann es in einer Aufgabe zur Vektorgeometrie erforderlich sein, Algorithmen zum Schneiden von Geraden, Aufstellen von Kreisgleichungen und Lösen von quadratischen Gleichungen zu kombinieren, um zu einer Lösung zu kommen. Die Stufung zu *Operieren und Technologieeinsatz* ergibt sich damit wie folgt:

- Stufe 1: Abarbeiten/Ausführen einer gegebenen bzw. vertrauten Vorschrift.
- **Stufe 2:** Abarbeiten/Ausführen mehrschrittiger Vorschriften mit Rechnereinsatz und Nutzung von Kontrollmöglichkeiten
- **Stufe 3:** Erkennen, ob eine bestimmte Vorschrift auf eine gegebene Situation passt, die Vorschrift passend machen und ausführen.
- **Stufe 4:** Makros (aggregierte mathematische Vorschriften) entwickeln/bilden und bereits verfügbare Makros neu zusammenführen

4. Zusammenfassung bzw. Ausblick – oder doch ein Fazit

Durch die Einführung kompetenzorientierter Prüfungen, wird der Kompetenzorientierung des (Mathematik-)Unterrichts in logischer Konsequenz Rechnung getragen. Das darf allerdings keinesfalls zum Trugschluss führen, dass die Einteilung einer Kompetenz in mehrere Stufen dem schrittweisen Kompetenzerwerb gleichgesetzt wird.

Durch den Einsatz eines Kompetenzstufenmodells wird Lehrenden ein theoretisches Konstrukt zur Verfügung gestellt, auf Basis dessen sie die Handlungs- bzw. Reflexionskompetenz bei Lernenden analysieren können; zudem ergibt sich damit auch ein Werkzeug, dass sich für die valide Auswahl von Prüfungsaufgaben als sehr geeignet erweisen kann.

Der Mathematikunterricht soll daher so ausgerichtet werden, dass der Erwerb des Einsatz von verständigen Wissen, Fähigkeiten und Fertigkeiten die mit dem erworbenen Wissen vernetzt werden in den Mittelpunkt gerückt werden.

Literatur

- BIFIE (Hrsg.) (2012). Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik. Inhaltliche und organisatorische Grundlagen zur Sicherung mathematischer Grundkompetenzen. Wien. Verfügbar unter https://www.bifie.at/node/1442 [12.02.2013].
- BIFIE (Hrsg.) (2013). Standardisierte kompetenzorientierte Reifeprüfung Reife- und Diplomprüfung: Grundlagen Entwicklung –Implementierung, Jan. 2013
- Bruder, R. (2012). Konsequenzen aus den Kompetenzen? Vortrag auf der 46. Tagung für Didaktik der Mathematik am 06.03.2012 in Weingarten. http://www.mathlearning.com/files/120306wg.pdf, 1.10.2012.
- Böhm, U. (im Druck). Modellierungskompetenzen langfristige und kumulativ fördern Tätigkeitstheoretische Analyse des mathematischen Modellierens als Lerngegenstand in der Sekundarstufe I. Wiesbaden: Vieweg + Teubner.
- Bruder, R & Pinkernell, G. (2011): Die richtigen Argumente finden. In: mathematik lehren 168, Friedrich Verlag, S. 2-7
- Drüke-Noe (2012): Wer Kalküle kann, schafft eine Klassenarbeit. Stimmt das? Beiträge zum Mathematikunterricht. Münster: WTM.
- Fischer, R. (1999). Mathematik anthropologisch: Materialisierung und Systemhaftigkeit. In Dressel, G. & Rathmayr, B. (Hrsg.). Mensch Gesellschaft Wissenschaft. Versuch einer reflexiven historischen Anthropologie. Innsbruck: Studia. S. 153–168.
- Götz, S.; Siller, H.-St. (eingereicht). Was heißt Kompetenzorientierung nach acht bzw. zwölf Jahren Mathematikunterricht. Journal für Lehrerinnen- und Lehrerbildung. Wien: Facultas.
- Kiper, H.; Meyer, H.; Mischke, W.; Wester, F. (2004). Qualitätsentwicklung in Unterricht und Schule. Das Oldenburger Konzept. Oldenburg: diz.
- Lompscher, J. et al. (1985). Persönlichkeitsentwicklung in der Lerntätigkeit. Berlin: Volk u. Wissen.
- Meyer, H. (2007). Leitfaden Unterrichtsvorbereitung. Berlin: Cornelsen Scriptor
- Meyer, H. (2012). Kompetenzorientierung allein macht noch keinen guten Unterricht. Handout zum Vortrag auf der didacta 2012.
- Piaget, J. (1978): Das Weltbild des Kindes; München: dtv.