

Stephanie TRUMP, Andreas BOROWSKI, Aachen

Die Anwendung von Mathematik in Physik

1. Einleitung

Mathematik ist ein wesentliches Werkzeug beim Umgang mit der Physik, da vertiefte mathematische Kenntnisse und Kompetenzen benötigt werden. Dies spiegeln auch nationale (EPA Physik) sowie internationale (AAAS) Schulstandards wieder. Eine Ausdifferenzierung der mathematischen Anforderungen in der Physik findet sich jedoch nicht. Die Notwendigkeit einer Ausformulierung wird durch den Forschungsstand aber angeregt. Empirische Studien (u.a. TIMSS III, 2000) zeigen, dass es SchülerInnen an mathematischem Grundwissen (Inhalte, Fähigkeiten, ...) bzw. Grundverständnis schon in Bezug auf einfache Sachverhalte im Umgang mit Mathematik fehlt (vgl. Malle, o.J.). Probleme bei der Übersetzung zwischen Physik und Mathematik, also bei der Mathematisierung und Interpretation der Ergebnisse, kommen hinzu (u.a. Pospiech & Uhden, 2013). Die für den Physikunterricht notwendige Mathematikkompetenz scheint durch die Mathematik nur eingeschränkt vermittelt zu werden (Horn, 2011).

Derzeit ist aufgrund fehlender empirischer Untersuchungen nicht bekannt, welche Mathematik im Detail im Physikunterricht, speziell in der Sekundarstufe II, benötigt bzw. vermittelt wird. Auch sind die Übersetzungsprozesse zwischen Mathematik und Physik nur wenig untersucht. Hier setzt dieses Projekt an.

2. Theoretischer Ansatz & Forschungsfragen

But using math in science (and particularly in physics) is not just doing math. It has a different purpose – representing meaning about physical systems rather than expressing abstract relationships – and it even has a distinct semiotics – the way meaning is put into symbols – from pure mathematics. It almost seems that the “language” of mathematics we use in physics is not the same as the one taught by mathematicians. There are many notable differences. (Redish, 2005, S.1).

Hinweise dafür liefert auch eine Studie von Hudson und McIntire (1977). Sie konnten zeigen, dass gute mathematische Kenntnisse und Fähigkeiten keinen Erfolg in Physik garantieren, jedoch schlechte einen mangelnden Erfolg zur Folge haben (Uhden, 2012). Die erfolgreiche Anwendung von Mathematik in Physik verlangt also mehr als nur ein mathematisches Verständnis. Sie stellt somit lediglich eine notwendige und keine hinreichende Voraussetzung für das Physiklernen dar (ebd., Sherin, 2001), sodass von einem eigenen Dialekt der Sprache Mathematik in Physik gesprochen wer-

den kann (Redish, 2005).

Hierauf aufbauend sowie nach einer theoretischen Analyse der Modellierung physikalischer Probleme (Trump & Borowski, 2012; i.A. an Blum & Leiß, 2005), wird davon ausgegangen, dass die Übersetzungen zwischen Mathematik und Physik nur dann zum Erfolg führen, wenn neben dem mathematischen Verständnis auch physikalisches Verständnis bzw. konzeptuelles physikalisches Wissen vorliegt und diese miteinander vernetzt sind. Unter konzeptuellem physikalischen Wissen wird dabei Strategiewissen, Anwendungswissen, Wissen um Beziehungen zu anderen Begriffen, Interpretationen und Vorstellungen zu einem Begriff gefasst.

Dies bedeutet, dass ein mathematisches Verständnis mit einem physikalischen Verständnis einhergehen muss. Weil den Problemsituationen der Physik ebenfalls Gesetze, Regeln und Konzepte zugrunde liegen, die bei den Übersetzungen berücksichtigt werden müssen und den Verlauf beeinflussen (vgl. auch u. a. Sherin, 2001; Uhden & Pospiech, 2013).

Das mathematische Verständnis lässt sich dabei mittels des Grundvorstellungskonzept der Mathematik (vom Hofe, 1995) modellieren. Dieses geht davon aus, dass Grundvorstellungen (GV) als Vermittler zwischen Realität, Mathematik und dem Individuum notwendig sind, und die Basis für eine flexible Modellierfähigkeit bilden. Für die Physik wird dieses Konzept aufgrund des Vorangegangenen adaptiert.

Die in der Physik notwendigen Vorstellungen werden als physikalisch-mathematische Grundvorstellungen (GV*) bezeichnet und sollen das konzeptuell-mathematische Verständnis von Physik (vgl. Uhden & Pospiech, 2013) beschreiben. Es handelt sich bei GV* um den Kern des Problems betreffende, genauer notwendige, Vorstellungen über die Passung (Anwendbarkeit und Ähnlichkeit) zwischen Physik und Mathematik um ein physikalisch Problem mit Mathematik zu lösen. Es sind besonders wichtige Vorstellungen, die mit einem bestimmten physikalischen Inhalt in Bezug auf dessen Mathematisierung bzw. einem mathematischen Inhalt hinsichtlich seiner Physikalisierung verbunden werden sollen. Unter Physikalisierung wird dabei die Fähigkeit verstanden, die vorliegende mathematische Darstellungsweise in ein physikalisches Modell zu überführen (i.A. an Buschhüter & Borowski, in Vorb.). Es wird davon ausgegangen, dass GV*, analog zu den GV der Mathematik, die Basis für eine flexible Modellierfähigkeit physikalischer Probleme bilden.

In Anlehnung an Prediger (2009) und vom Hofe (1995) wird in diesem Projekt folgende Arbeitsdefinition für das Konzept GV* verwendet:

Um die Übersetzungen „Mathematisieren“ und „Physikalisieren“ bewerkstelligen zu können, muss sowohl die lokale Bedeutung des mathematischen Konzepts als auch die des physikalischen Konzepts aktiviert werden kön-

nen, die zu der Struktur der Situation passt. Diese lokale Bedeutung wird als physikalisch-mathematische Grundvorstellung (GV) bezeichnet.*

Im Rahmen dieser Arbeit stehen daher die folgende Fragen im Fokus:

F1: Welche mathematischen Inhalte werden im Lösungsprozess benötigt?

F2: Welche GV müssen zum Lösen von Physikaufgaben der Sekundarstufe II beherrscht werden?

F3: Wie lassen sich GV* in Abhängigkeit der GV und des physikalischen Inhalts charakterisieren?

F4: Stellen GV* einen Prädiktor für die Aufgabenschwierigkeit dar?

3. Stichprobe und Design

Zur Bestimmung der notwendigen Mathematik werden manualbasiert Aufgaben ($N > 600$) dreier ausgewählter Physikschulbücher der Sekundarstufe II (NRW) sowie Abituraufgaben der letzten drei Jahre (NRW, Thüringen) untersucht. Das für eine systematische und objektive Analyse entwickelte Manual orientiert sich dabei an der Struktur einer Sprache (Buchstaben, Vokabeln, Grammatik). Es analysiert somit unter anderem die vorkommenden mathematischen Zeichen (Symbole, Operatoren, Zahlentypen), Darstellungen und Begriffen sowie deren Verwendung und die zugrundeliegenden Gesetze, Regeln und Definitionen. Die Analyse der Übersetzungsprozesse zwischen Mathematik und Physik und die Charakterisierung der GV* geschieht mittels einer Think-Aloud Studie. Dabei werden $N = 25$ Expertenlösungen bezüglich einer das Konstrukt GV* abbildenden Abituraufgabe manualbasiert untersucht.

4. Erste Ergebnisse

Das Manual zur Bestimmung der vorkommenden mathematischen Inhalte zeigt gute bis perfekte Interraterübereinstimmung ($\kappa = [0.74-1]$). Erste Ergebnisse der Analyse von Physikschulbuchaufgaben der Sekundarstufe II ($N = 343$) lassen erkennen, dass die notwendigen mathematischen Inhalte zum Lösen der Aufgaben primär aus der Sekundarstufe I stammen. Zudem setzen nach Musterlösung nur 18 % der Physikschulbuchaufgaben keine Mathematik voraus. Ein ähnliches Ergebnis konnten Schoppmeier et al. (2012) auch für Physikabituraufgabe verschiedener Bundesländer zeigen. Diese Ergebnisse weisen darauf hin, dass die Schulphysik der Sekundarstufe II mit einem einfachen mathematischen Repertoire auskommt. Es kann also vermutet werden, dass die für die Hochschule relevanten Themen fachspezifisch kaum eingeübt werden. Des Weiteren spiegeln diese Ergebnisse, die besondere Stellung der Mathematik in Physik wieder.

Literatur

- American Association for the Advancement of Science [AAAS] (2009): The Nature of Mathematics. New York: Oxford University Press.
- Blum, W. & Leiß D. (2005): Modellieren im Unterricht mit der "Tanken"-Aufgabe. *Mathematik lehren* (Heft 158), 128, S. 18-21.
- Buschhüter, D.; Borowski, A. (in Vorb.): GDCP Jahrestagung 2013, München.
- Hofe, R. vom (1995): Grundvorstellungen mathematischer Inhalte. Heidelberg, Berlin, Oxford: Spektrum Akademischer Verlag.
- Horn, M. E.; Wolfgang, J. (2011): Geometrische Algebra in höheren Dimensionen. *PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung 2011*. <http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/viewDownloadInterstitial/281/400> (Stand 3/2013).
- Hudson, M. T; McIntire, W. R (1977): Correlation between mathematical skills and success in physics. In: *American Journal of Physics* 45 (5), S. 470–471.
- Malle, G. (o.J.): Grundvorstellungen zum Differenzen- und Differentialquotienten. <http://www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/1999%20Band%2030/Malle1999.pdf> (Stand 3/2013).
- Prediger, S. (2009): „Aber wie sag ich es mathematisch?“ – Empirische Befunde und Konsequenzen zum Lernen von Mathematik als Mittler Beschreibung von Welt. In: D. Höttecke, Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik, Jahrestagung in Dresden 2009. Berlin: Lit., S. 6 – 20.
- Schoppmeier, F.; Borowski, A.; Fischer, H. (2011): Entwicklung eines Kompetenzmodells der Sekundarstufe II. In: *Konzepte fachdidaktischer Strukturierung für den Unterricht*. In: D. Höttecke, Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik, Jahrestagung in Oldenburg 2011. Berlin: Lit Verlag, S. 518-520.
- Redish, E. (2005): Problem Solving and the Use of Math in Physics Courses: Beitrag präsentiert auf der "World View on Physics Education 2005", Delhi. Retrieved from <http://www.ptec.org/items/detail.cfm?ID=3706> (Stand 3/2013).
- Sherin, B. L. (2001): How students understand physics equations. In: *Cognition and Instruction* vol. 19, Nr.4, S.479-541.
- Uhden, O. (2012): *Mathematisches Denken im Physikunterricht – Theorieentwicklung und Problemanalyse*. Berlin: Logos Verlag, S. 28-74.
- Uhden, O.; Pospiech, G. (2013): Die physikalische Bedeutung der mathematischen Beschreibung. Anregungen und Aufgaben für einen neuen Umgang mit der Mathematik. In: *Praxis der Naturwissenschaften* 62 (2), S. 13-22. Liebe Vortragende bei der Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 04.03.-08.03.2013 in Münster.
- TIMSS III (1995): http://www.timss.mpg.de/Nationale_Befunde/Ergebnisse_zu_den_Fachleistungen.htm#Faehigkeitsniveaus_im_Mathematik-_und_Physikunterricht (Stand 3/2013).
- Trump, S.; Borowski, A. (2012): Mathematikkompetenz beim Lösen von Physikaufgaben. *PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung 2012*. <http://www.phydid.de/index.php/phydid-b/article/view/360> (Stand 3/2013).