

Kay ACHMETLI, Kassel, Stanislaw SCHUKAJLOW, Münster, André KRUG, Münster

Wirkungen der Behandlung von multiplen mathematischen Lösungswegen auf Leistungen und Selbstregulation von Lernenden

Im DFG-Projekt MultiMa (Multiple Lösungen im selbständigkeitsorientierten Mathematikunterricht) wird die Entwicklung von multiplen Lösungen bei der Bearbeitung von realitätsbezogenen Aufgaben untersucht. Im vorliegenden Beitrag berichten wir über den Ablauf und erste Ergebnisse einer quasi-experimentellen Feldstudie, in der die Wirkungen von multiplen Lösungen auf Leistungen und kognitive, strategische sowie motivational-affektive Merkmale untersucht wird. In der aktuellen Phase des Projekts (zur ersten Phase siehe Schukajlow & Krug, in press) werden die multiplen Lösungen untersucht, die durch die Verwendung verschiedener mathematischer Verfahren beim Modellieren entwickelt werden können.

Multiple Lösungen, Lernen und Leistungen

Es gibt einige theoriegeleitete Vermutungen, die für die Behandlungen von multiplen Lösungen sprechen. Es wird beispielsweise davon ausgegangen, dass die Entwicklung multipler Lösungen zu einer Vertiefung der Einsicht in die Struktur des Lerngegenstands führt und den Aufbau eines intelligenten, verstehenden Wissens (Leikin & Levav-Waynberg, 2007).

Neben diesen theoriegeleiteten Vermutungen weisen empirische Ergebnisse experimenteller Studien auf Vorteile von Lernumgebungen, in denen mehrere Lösungswege zu einer innermathematischen Aufgabe behandelt und gegenübergestellt werden, im Vergleich zu Lernsettings, in denen die jeweilige Lösungsmethode nach einander und an verschiedenen, innermathematischen Aufgaben behandelt wird (Große & Renkl, 2006; Rittle-Johnson & Star, 2007).

Im Inhaltsbereich „lineare Funktionen“ lassen sich nach Krämer, Schukajlow, & Blum (2012) fünf Lösungswege unterscheiden. Zwei dieser Lösungswege werden in MultiMa näher erforscht: erstens, ein numerischer Lösungsweg durch das Erstellen einer Zuordnungstabelle und zweitens, ein inhaltlicher Lösungsweg mittels Differenzenbildung.

Multiple Lösungen und Selbstregulation

Zimmerman (2000) beschreibt vier Entwicklungsniveaus des Erwerbs selbstregulativer Fertigkeiten, die sich im Ausmaß der Abhängigkeit des

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 97–100).
Münster: WTM-Verlag

Lernenden vom sozialen Modell unterscheiden, und auf der höchsten Stufe eine Flexibilisierung der erworbenen Fertigkeiten steht. Eine Thematisierung mehrerer Lösungswege kann Lernenden helfen, Methoden flexibler und effektiver einzusetzen (Große & Renkl, 2006), wobei Flexibilität und Adaptivität wichtige Komponenten selbstregulativer Fertigkeiten sind. Schüler zu veranlassen, multiple mathematische Lösungswege zu entwickeln, kann deren Flexibilität und Adaptivität verbessern (Heinze, Star, & Verschaffel, 2009) und dadurch ihre Selbstregulation steigern.

Der Einfluss der Entwicklung multipler Lösungen beim Lösen realitätsbezogener Aufgaben mit fehlenden Informationen auf die Selbstregulation von Schülern wurde bereits untersucht (Schukajlow & Krug, 2012). Die Ergebnisse zeigen, dass unter Kontrolle des Vortests, Schüler, die multiple Lösungen entwickeln, im Posttest von einer signifikant höheren Selbstregulation berichten, als Schüler die nur eine Lösung entwickeln mussten.

Hypothesen

- Die Entwicklung multipler mathematischer Lösungswege hat einen positiven Einfluss auf die Leistungen der Schüler.
- Schüler, die multiple mathematische Lösungswege entwickeln, berichten von höherer Selbstregulation, als Schüler, die nur einen Lösungsweg entwickeln. Es gibt keinen Unterschied in der Selbstregulation, wenn nur ein Lösungsweg entwickelt wird.

Methode

Insgesamt haben vier Schulen mit jeweils drei 9. Klassen (N=307) an der Untersuchung teilgenommen. Jede Klasse wurde geschlechts- und leistungsverhältnishomogen in zwei Gruppen aufgeteilt und in verschiedenen Bedingungen unterrichtet. In den insgesamt drei Bedingungen wurde auf der Basis des empirisch erprobten, selbständigkeitsstimulierenden „operativ-strategischen“ unterrichtet. In einer Bedingung (MSM) haben Schüler zu realitätsbezogenen Aufgaben jeweils einen inhaltlichen und einen numerischen Lösungsweg entwickelt. In den beiden anderen Bedingungen (OSM1 und OSM2) wurden den Lernenden – bis auf eine zusätzliche Aufgabe – die gleichen Aufgaben vorgelegt, allerdings sollte jeweils nur ein Lösungsweg entwickelt werden (in OSM1 den numerischen und in OSM2 den inhaltlichen Lösungsweg). Es wurden vier Unterrichtsstunden gegeben, die von jeweils einem 90-minütigen Vor- bzw. Nachtest umrahmt waren. Der Unterricht wurde von sechs erfahrenen Lehrkräften erteilt, die vor der Unterrichtseinheit geschult wurden. Jede Lehrkraft hat die gleiche Anzahl von MSM-, OSM1- und OSM2-Bedingungen an einer Schule unterrichtet,

so dass der Einfluss der Lehrerpersönlichkeit in allen Bedingungen identisch war.

Der Vor- und Nachtest wurde dreidimensional operationalisiert. Die erste und zweite Dimension enthalten Items zum prozeduralen Wissen, wobei die Items in der ersten Dimension speziell das prozedurale Wissen zu den Teilkompetenzen „Mathematisieren und Interpretieren“ und in der zweiten das prozedurale Wissen zum Modellieren allgemein fokussieren. Die dritte Dimension umfasst Items zum konzeptuellen Wissen (zum Zusammenhang von prozeduralem und konzeptuellem Wissen siehe Krug & Schukajlow, 2013). Sämtliche Items wurden dichotom kodiert. Die Skala zur Selbstregulation beinhaltet sechs Items (adaptiert von Pekrun et al., 2007) und wird mit Hilfe einer 5-stufigen Likert-Skala erfasst. Die Reliabilitäten des Leistungstests und der Befragungen lagen im befriedigenden bis guten Bereich.

Erste Ergebnisse und Zusammenfassung

Zur Treatmentkontrolle haben zwei unabhängige Rater die Anzahl der entwickelten Unterrichtslösungen mit sehr guter Übereinstimmung kodiert. Es zeigt sich, dass in der MSM-Bedingung im Durchschnitt fast alle Schüler zwei oder mehr Lösungswege erstellt haben, während in den OSM-Bedingungen nur selten mehr als ein Lösungsweg erstellt wurde.

Die Analyse der Schülerlösungen ergibt insgesamt – so die ersten Ergebnisse auf Basis der dichotomen Kodierung – ein differenziertes Bild. In der ersten Dimension ist die Leistungsentwicklung vom Vor- zum Nachtest der Schüler der MSM- und OSM1-Bedingung signifikant höher als die der OSM2-Bedingung. Für die zweite Dimension kann man festhalten, dass es für alle Bedingungen signifikant positive Entwicklung von Vor- zu Nachtest, allerdings keine signifikanten Unterschiede zwischen den Gruppen gibt. Positive Tendenzen für die MSM- und OSM2-Bedingung gegenüber der OSM1-Bedingung zeigen sich in der Dimension des konzeptuellen Wissens, auch wenn diese Tendenzen nicht signifikant sind.

Zwischen den Untersuchungsbedingungen lassen sich keine Unterschiede in der Selbstregulation beobachten. Unter Kontrolle des Vortests berichten Lernende im Nachtest in der MSM-Bedingung von ähnlich hoher Selbstregulation, wie Lernende der OSM-Bedingungen. Zwischen beiden OSM-Bedingungen gibt es, wie vermutet, keine signifikanten Unterschiede in der Selbstregulation.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Bedingung, in der die Lernenden aufgefordert werden, mehrere Lösungswege zu entwickeln, bei den Leistungen in einer Dimension signifikant und in einer weiteren tendenziell besser abschneidet. Im Bereich des prozeduralen Wissens zum Modellieren

gibt es zwar keine Unterschiede, aber insgesamt sehr positive Entwicklungen aller Bedingungen. Die aufgestellte Hypothese, dass die Entwicklung multipler mathematischer Lösungswege einen positiven Einfluss auf die Leistungen der Schüler hat, kann somit teilweise bestätigt werden. Ebenfalls teilweise zu bestätigen ist die Hypothese bezüglich der Selbstregulation. Die Anzahl und die Art der entwickelten Lösungen haben keinen Einfluss auf die Selbstregulation.

Literatur

- Große, C. S., & Renkl, A. (2006). Effects of multiple solution methods in mathematics learning. *Learning and Instruction*, (16), 122–138.
- Heinze, A., Star, J. R., & Verschaffel, L. (2009). Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 41(5), 535–540.
- Krämer, J., Schukajlow, S., & Blum, W. (2012). Bearbeitungsmuster von Schülern bei der Lösung von Modellierungsaufgaben zum Inhaltsbereich Lineare Funktionen. *Mathematica Didactica*, 35, 50–72.
- Krug, A., & Schukajlow, S. (2013). Prozedurales und konzeptuelles Wissen zum Inhaltsbereich Lineare Funktionen und multiple mathematische Lösungswege. In G. Greefrath, F. Käpnick, & M. Stein (Eds.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013* (pp. 568–571). Münster: WTM Verlag.
- Leikin, R., & Levav-Waynberg, A. (2007). Exploring mathematics teacher knowledge to explain the gap between theory-based recommendations and school practice in the use of connecting tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 66(3), 349–371.
- Pekrun, R., Vom Hofe, R., Blum, W., Frenzel, A. C., Goetz, T., & Wartha, S. (2007). Development of Mathematical Competencies in Adolescence: The PALMA Longitudinal Study. In M. Prenzel (Ed.), *Studies on the educational quality of schools. The final report on the DFG Priority Programme*. (pp. 17–37). Münster, Germany: Waxmann.
- Rittle-Johnson, B., & Star, J. R. (2007). Does comparing solution methods facilitate conceptual and procedural knowledge?: An experimental study on learning to solve equations. *Journal of Educational Psychology*, 99(3), 561–574.
- Schukajlow, S., & Krug, A. (2012). Effects of treating multiple solutions on students' self-regulation, self-efficacy and value. In *Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 59–66). Taipei, Taiwan: PME.
- Schukajlow, S., & Krug, A. (in press). Do multiple solutions matter? Prompting multiple solutions, interest, competence, and autonomy. *Journal for Research in Mathematics Education*.
- Zimmerman, B. (2000). Attaining self-regulation. A social cognitive perspective. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich, & M. Zeidner (Eds.), *Handbook of self-regulation* (pp. 13–39). San Diego: Academic Press.