

Lucas AMIRAS, Weingarten

Montessori und die zeitgenössische Mathematikdidaktik

Nach einem kritischen Blick auf die Schwierigkeiten beim Lehren und Lernen von Mathematik in der Schule werden grundsätzliche Aspekte der Montessori-Methode betrachtet und mit der Philosophie der modernen Mathematikdidaktik verglichen. Es folgen kritische Fragen zur Methode, die exemplarisch erörtert werden, bevor ein Plädoyer für einen Dialog gehalten wird.

Prolog zum Lehren und Lernen von Mathematik in der Schule

Die heutige Praxis des Lehrens von Mathematik in der Schule weist unter anderem zwei problematische Aspekte auf:

- Es gibt immer noch eine erhebliche Diskrepanz zwischen der Lehrpraxis von Mathematik in der Schule und der zeitgenössischen Didaktik. Vor allem in Bezug auf Lehrmethoden, die mit allgemeinen Orientierungen der Mathematikdidaktik (etwa Handlungs-, Problem- und Schülerorientierung) zusammenhängen, aber auch im Hinblick auf die Stoffdidaktik gibt es hier große Defizite.
- Die Resultate der Lehre im Allgemeinen sind immer noch unbefriedigend, trotz der Feststellungen der PISA-Studien, die ständig Verbesserungen vermelden.

Die Montessori-Pädagogik findet in den letzten Jahren immer mehr Verbreitung, inzwischen gibt es sogar Montessori-Klassen an staatlichen Schulen und auch Schulen, die ihre Schüler in Montessori-Räumen innerhalb der Schule zeitweilig nach Montessori unterrichten. Die Frage, die sich mir dabei stellt ist, wie hier Mathematik unterrichtet wird und ob dieser Unterricht zeitgenössischen didaktischen Anforderungen genügt.

Orientierungen der Montessori -Pädagogik

Wichtige Aspekte der Montessori-Pädagogik sind:

- Was die Entwicklungspsychologie betrifft, die Existenz von „sensiblen Phasen“ in Bezug auf Lerngegenstände, aus welchen Forderungen für offene und passend vorbereitete Lernumgebungen abgeleitet werden.
- Die konsequente Orientierung auf die Entwicklung der Persönlichkeit des jeweiligen Kindes.

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 109–112).
Münster: WTM-Verlag

- Die Forderung nach Freiheit der Wahl der Themen und der Zugänge zum jeweiligen Lerngegenstand durch die Kinder.
- Die Orientierung an ästhetisch erfahrbaren Materialien und damit gestaltete, geordnete Lernumgebungen, die weitgehende Individualisierung ermöglichen.
- Die „Darbietung“ von Material mit der Absicht, den Kindern Material zur Erkundung und Entdeckung zur Verfügung zu stellen.
- Die Orientierung an der Wissenschaft und ihrer Geschichte (d.h. Wissenschaft als Kulturleistung), zumindest was die erklärten Absichten von Maria Montessori selbst betrifft.

Orientierungen der Mathematikdidaktik und Vergleich

Wichtige Merkmale der zeitgenössischen Didaktik, nicht nur in Bezug auf Mathematik, sind folgende:

- Konstruktivismus, was den aktiven Erwerb von Kompetenzen betrifft.
- Der soziale Charakter dieses Erwerbs.
- Die Handlungs-, Problem- und Schülerorientierung.
- Die Öffnung der Probleme, die von Schülerinnen und Schülern bearbeitet werden sollen und strukturierte Lernumgebungen.

Vergleicht man nun die Orientierungen der Mathematikdidaktik mit denen der Montessori-Pädagogik, so kann man eine bemerkenswerte Deckung feststellen. Natürlich ist das eine erste Sicht dieser Beziehung, die eine vertiefte kritische Betrachtung verdient.

Die Montessori-Pädagogik scheint jedenfalls der Mathematik besondere Aufmerksamkeit zu schenken. Maria Montessori (kurz: MM) selbst hat wohl große Anstrengungen unternommen, um ihre Bildungsidee (als Bildung der Persönlichkeit von Menschen im kulturellen Kontext) in Bezug auf die Mathematik zu verwirklichen. Zwei Bücher („Psychoarithmetik“ und „Psychogeometrie“) belegen die Bedeutung, die sie der Mathematik als Bildungsfach zugesprochen hat. Ich beziehe mich im Folgenden auf die „Psychogeometrie“ (vgl. dazu die Information in Winter 2012), wie auch auf das Lehrerhandbuch zur Geometrie (1996), das darauf basiert.

Die geometrische Stoffdidaktik Montessoris braucht aus meiner, natürlich noch nicht so umfangreichen, Sicht eine ernste Bemühung zur kritischen Erneuerung oder Aktualisierung. Es geht nicht nur um eine Ordnung des

Stoffes, sondern um grundsätzlichere methodische Aspekte, die an dieser Stelle nur ansatzweise angesprochen werden können.

Trotzdem, ich sehe hier keine prinzipiellen Schwierigkeiten. Ich glaube sogar, dass MM aufgrund ihrer expliziten Wissenschaftsorientierung diese Bemühung zur Erneuerung begrüßen würde!

Konkrete Kritik (zwei Beispiele)

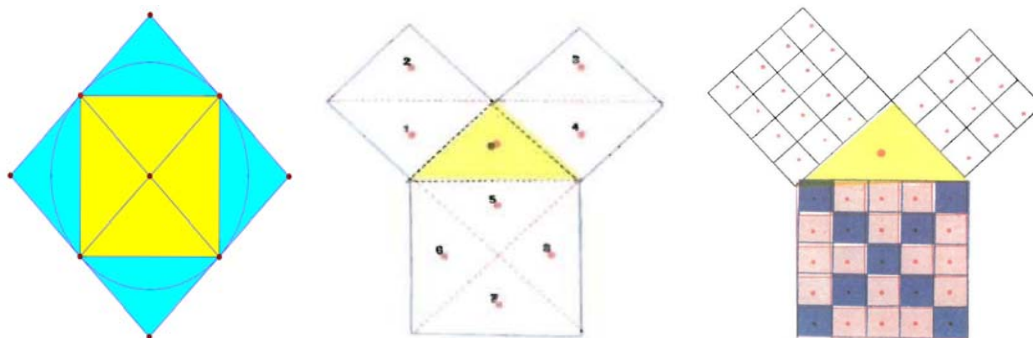
Meine Themenauswahl beschränkt sich hier auf das, was MM „äquivalente Figuren“ nennt und ihre Behandlung des pythagoreischen Lehrsatzes.

Äquivalente Figuren

MM spricht in ihrem Buch „Psychogeometrie“ von „äquivalenten Figuren“ und meint damit zerlegungsgleiche ebene Figuren. Sie vergisst dabei, dass es auch ergänzungsgleiche Figuren in der Ebene gibt (beide Begriffe sind bei ebenen Figuren äquivalent). Der Satz des Pythagoras setzt beide Begriffe voraus, wenn man entsprechende Beweise zur Kenntnis nimmt. Der Satz setzt auch den Begriff des Flächeninhalts voraus, sonst kann er nicht in der üblichen Form $a^2+b^2=c^2$ formuliert werden.

Satz des Pythagoras

MM beginnt in ihrem Buch „Psychogeometrie“ mit der Entdeckung des Spezialfalls für gleichschenklige rechtwinklige Dreiecke, anhand der Beziehung von umbeschriebenem und einbeschriebenem Quadrat zu einem Kreis, gemäß der Figur links. (Figuren Mitte und Rechts: Montessori 2012)



Danach stellt MM die spezielle Form des Satzes von Pythagoras vor mit einer Figur (Mitte), die sie als „ersten Beweis“ apostrophiert.

Der Übergang vom „Initial-Phänomen“ zu dieser Figur wird nicht motiviert. Die darauf folgende „Darbietung“ des bekannten Spezialfalles im „Dreieck 3,4,5“ (Figur rechts), die den allgemeinen Satz vorbereiten soll, ist ebenso wenig von einer Problemstellung begleitet. In der Folge stellt Montessori den Beweis in der euklidischen Form vor. Diese Präsentation

soll uns hier nicht weiter interessieren, obwohl MM sie mit Hilfe von vielen Zeichnungen begleitet.

Meine Kritik zu diesem Vorgehen lautet:

- Es wird hier kein Problem gestellt, von dem aus der Spezialfall des Satzes (für gleichschenkelig rechtwinklige Dreiecke) erschlossen werden kann. Die Argumentationsweise hin zur Verallgemeinerung erfolgt ohne einen roten Faden.
- Es ist überhaupt nicht verständlich, aus welchen (didaktisch vertretbaren) Gründen diese Phänomene Kindern unter 12 Jahren präsentiert werden sollen.

MM und die Montessori-Pädagogik sind wohl der Meinung, dass die Präsentation mathematischer Phänomene (aus dem traditionellen Curriculum wohlgermerkt) angezeigt ist als Angebot für eine eventuelle Sensibilität, die mit Interesse für den Lerngegenstand von Seiten des Kindes einhergeht. Mein Einwand ist jedoch, warum man auf Themen und Phänomene eingeht, die in Bezug auf das Alter der Kinder und vor allem im Hinblick auf ihre Einordnung in deren kognitiven Kontext nur vereinzelte „inselartige“ Phänomene darstellen, d.h. solche, die nicht vielfältige Beziehungen zum mathematischen Wissen und Können der Kinder haben. Genau diese Einordnung ist gefordert, wenn Wissen und Können vernetzt werden sollen. Ähnliche Einwände lassen sich in Bezug auf andere Themen, wie die Winkelsumme im Dreieck oder den Umfangswinkelsatz, formulieren, die MM behandelt.

Plädoyer

Ich plädiere für eine kritische Beschäftigung mit den Methoden und Inhalten der Montessori-Pädagogik im Fach Mathematik, aus drei Gründen: Ihre Orientierungen und die der Fachdidaktik sind durchaus konform, ein Dialog erscheint hier besser als bei anderen reformpädagogischen Strömungen möglich. Außerdem ist, wie gesagt, die Montessori-Pädagogik inzwischen so weit verbreitet und in das staatliche Schulsystem eingezogen, so dass auch von daher die Pflege eines konstruktiven Dialogs im Interesse aller Schulbeteiligten dringend zu empfehlen ist.

Literatur

Montessori, M. (2012). *Psychogeometrie*. Freiburg: Herder.

Montessori-Vereinigung e.V. (Hrsg.). *Arbeitsbuch Geometrie* (1996).

Winter, M. (2012). Die "Psychogeometrie" Maria Montessoris - Impulse für den Unterricht? In Ludwig, M./Kleine, M. (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012*, 941 – 944.