Daniela BEHRENS, Christina Marie KRAUSE, Angelika BIKNER-AHSBAHS, Bremen

„Ich zeig‘ uns was, was du nicht siehst“ – Zur epistemischen Rolle von Gesten

Prozesse der Wissenskonstruktion werden bisher vor allem in Bezug auf Sprache und Inskription in sozialen Interaktionen untersucht (z.B. Bikner-Ahsbahs 2005). Jedoch zeigen neue Studien insbesondere bei graphisch-nahen Lernumgebungen, dass auch der Gebrauch von Gesten einen Beitrag zur Wissenskonstruktion leistet (z.B. Reynolds & Reeves 2002).

Im vorliegenden Beitrag wird die Fallstudie einer Masterarbeit vorgestellt. Diese untersucht, welchen Beitrag Gesten zum mathematischen Erkenntnisprozess bei arithmetisch-analytischen und somit graphisch-abstinenten Aufgaben leisten können.

Theoretischer Rahmen

Als theoretische Grundlage für die Beschreibung von Wissenskonstruktionsprozessen eignet sich das SVSt-Modell (Bikner-Ahsbahs 2005), das aus sozial-konstruktivistischer Sicht die drei aufeinander aufbauenden, eher heuristisch angelegten epistemischen Handlungen des *Sammelns*, *Verknüpfens* und *Struktursehens* unterscheidet (Bikner-Ahsbahs, Dreyfus & Kidron 2010, S. 1).

Diesem Modell zufolge werden zunächst verschiedene mathematische Bedeutungen (Beispiele, Gegenbeispiele, Assoziationen,…) gesammelt. Diese werden dann miteinander verknüpft, indem Zusammenhänge der zuvor gesammelten Bedeutungen erfasst oder Begründungen gegeben werden. Die angestrebte Handlung im Erkenntnisprozess ist Struktursehen. Diese zeichnet sich dadurch aus, dass „mathematische Strukturen, in Gestalt von Regelmäßigkeiten, Gesetzmäßigkeiten, musterhaften Lösungen“ erkannt werden (Bikner-Ahsbahs 2005, S. 202).

Als Gesten werden in dieser Untersuchung diejenigen Bewegungen von Händen und Armen bezeichnet, die sprachbegleitend stattfinden, spontan ausgeführt werden und keinen funktionalen Handlungen zuzuordnen sind (McNeill 1992, S. 37; Kendon 2004, S. 15). Um diese Gesten interpretieren zu können, müssen sie im Zusammenhang mit der Sprache auf ihre Bedeutung hin analysiert werden, da Gesten durch ihre Mehrdeutigkeit vom inhaltlichen Kontext der Sprache abhängen.

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 149–152). Münster: WTM-Verlag

Methodische Überlegungen

Ein Schülerinnenpaar (11. Jahrgang, Gymnasium in Bremen) bearbeitet gemeinsam eine Aufgabe zur Kettenbruchentwicklung aus dem Projekt „Effective knowledge construction in interest-dense situations“ (gefördert von der German-Israeli-Foundation). Die Videodaten des Bearbeitungsprozesses zeigen drei Perspektiven (halbfrontal rechts, halbfrontal links, Schreibprozess) im Split Screen Format. Transkribiert wurden die sprachlichen Äußerungen, die nicht-sprachlichen Handlungen und die Körperbewegungen.

Die Daten werden hinsichtlich folgender Forschungsfrage untersucht:

Welchen Beitrag können Gesten zum mathematischen Erkenntnisprozess bei der Bearbeitung einer arithmetisch-analytischen Aufgabe zum Grenzwert einer Kettenbruchentwicklung leisten?

Die Analyse des Erkenntnisprozesses erfolgt interpretativ, die Ergebnisse werden mit dem SVSt-Modell dargestellt (Bikner-Ahsbahs 2005, S. 197). Darin eingebettet wird eine Gestenanalyse im Kontext des Semiotischen Bündels (Arzarello 2006), in der die Rolle von Gesten aus dem Wechselspiel der verschiedenen Ressourcen (Sprache, Inskription, Gesten, Artefakte,…) gewonnen wird. Abschließend wird identifiziert, welchen Beitrag die untersuchten Gesten im Erkenntnisprozess leisten.

In der zugrunde liegenden Aufgabe untersuchen die beiden Schülerinnen die in Abb. 1 zu sehende Kettenbruchentwicklung. Die Aufgabe zielt auf das Erschließen rekursiver Bildungsstrukturen und den Grenzwert. In den im Folgenden analysierten Szenen erkennen sie beim Sammeln von Folgengliedern in der Tabelle (Abb. 2) ein rekursives Muster für Zähler und Nenner. Dies besagt unter anderem, dass der Zähler von $f(x)$ zum Nenner von $f(x+1)$ wird und wird von den Schülerinnen wie folgt (Abb. 3) notiert:

$$f(0)=1$$

$$f(1)=1+\frac{2}{1}=1+2=3$$

$$f(2)=1+\frac{2}{1+\frac{2}{1}}=1+\frac{2}{1+2}=1+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$$

Abb. 1

$f(2)$	$\frac{5}{3}$
$f(3)$	$\frac{11}{5}$
$f(4)$	$\frac{21}{11}$
$f(5)$	$\frac{43}{21}$
$f(6)$	$\frac{85}{43}$

Abb. 2

$$f(x)=\frac{a_1}{b_1} \rightarrow f(x+1)=\frac{2\cdot a_1 \pm 1}{a_1}$$

Abb. 3: Notation der rekursiven Bildungsstruktur von Zähler und Nenner

Ergebnisse & Fazit

Bevor Rosa die Bildungsstruktur für den Zähler erkennt, sieht und beschreibt Lisa das Muster für den Nenner:

299/301 Lisa: *Man hat immer den* (zeigt auf den Zähler im Bruch von f(4))…	*…dann unterm Bruchstrich.* (zeigt auf den Nenner im Bruch von f(5)) *[…]*	*…Und den* (zeigt auf den Zähler von f(5))…	*…dann unterm Bruchstrich.* (zeigt auf den Nenner von f(6)).

Abb. 4

Mit den von Christina Krause ausgearbeiteten Präzisierungsfunktionen von Gesten (im Projekt „Rolle von Zeichen in Prozessen mathematischer Wissenskonstruktion“) wird deutlich, dass die sprachlichen Beschreibungen durch Zeigegesten präzisiert werden, wobei zum einen das Was („*den*“ (Z. 299/301)) und zum anderen das Wo („*unterm Bruchstrich*“ (Z. 299/301)) präzisiert wird. Dies zeigt, dass und wie Gesten die Sprache entlasten können.

Lisa weist sprachlich auf eine gesehene Struktur hin: Der Zähler eines Bruches findet sich „*immer*“ im Nenner des Bruches des nächsten Folgengliedes wieder. Mit einer Zeigegeste konkretisiert sie dies an zwei Beispielen (zeigt von $\frac{21}{11}$ zu $\frac{43}{21}$ und von $\frac{43}{21}$ zu $\frac{85}{43}$; siehe Abb. 4). Hierbei werden Zähler und Nenner der jeweiligen Brüche in der Tabelle präzisiert. Es muss somit nicht nachgedacht werden, wie man „*den*“ „*unterm Bruchstrich*“ nennt. Hierdurch kann die Beobachtung vereinfacht und spontan ausgedrückt werden. Während diese Geste zwei Strukturbeispiele *sammelt*, suggeriert sie durch die Gleichförmigkeit der Bewegung (im Bogen nach unten) eine regelhafte *Verknüpfung*.

Um das Nennermuster schriftlich zu fixieren, formuliert Rosa dieses im Folgenden aus. Dabei nimmt sie Lisas dynamische, verknüpfende Geste (siehe Z. 299/301) wieder auf und projiziert sie vom Aufgabenblatt in den horizontalen Gestenraum (siehe Abb. 5). Diesen nutzt sie dabei so, als läge das Aufgabenblatt virtuell vor ihr.

			
473 R: *dass der Nenner immer* (beide Zeigefinger berühren sich im rechten Winkel)…	…*nein.* (rechte Hand wird fallen gelassen, linke Hand holt nach vorne aus) *dass der Zähler immer…*	…*in den Nenner* (beide Finger werden wieder aufeinander zu und zum Körper bewegt)...	…*in dem nächsten kommt* (linke Hand wird in der Luft gehalten, rechte Hand gesenkt)

Abb. 5

Rosa löst sich nun sprachlich wie gestisch vom konkreten Beispiel. Sprachlich beschreibt sie die Bildungsstruktur begrifflich präzise, indem sie die mathematischen Begriffe „*Zähler*“ und „*Nenner*“ (siehe Z. 473) verwendet. Während die Bedeutung der Zeigegeste von Lisa (vgl. Z. 299/301) durch den Verweis auf konkrete Folgenglieder gegeben ist, wird bei Rosa die dynamische Bewegung im Gestenraum bedeutungstragend. Diese erinnert an das konkrete Beispiel, ohne auf dieses verweisen zu müssen.

Insgesamt zeigt sich: Gesten können das Sammeln und Verknüpfen im epistemischen Prozess übernehmen. Außerdem ermöglicht der Gestengebrauch eine visuelle Strukturierung der geäußerten Gedanken, indem das Bildungsmuster flüchtig und dynamisch illustriert und ausgelagert wird.

Gesten richten sich somit nicht nur kommunikativ an ein Gegenüber, sondern auch an den Sprecher selbst: „Ich zeig‘ uns was, was du nicht siehst.“.

Für die Unterrichtspraxis empfiehlt sich daher ein bewusster Einsatz von Gesten im Unterricht; als Ressource für die Lernenden, sowie als didaktisches Mittel für die Lehrkraft.

Literatur

Arzarello, F. (2006). Semiosis as a Multimodal Process. In *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, número especial, 267-299.

Bikner-Ahsbahs, A. (2005). *Mathematikinteresse zwischen Subjekt und Situation.* Berlin, Hildesheim: Franzbecker Verlag.

Bikner-Ahsbahs, A., Dreyfus, T. & Kidron, I. (2010). „General Epistemic Need“ - Ein Motor für Erkenntnisentwicklung? In *Beiträge zum Mathematikunterricht. Vorträge auf der Jahrestagung der GDM 2010 in München.*

Kendon, A. (2004). *Gesture: Visible Action as Utterance*. Cambridge: Cambridge University Press.

McNeill, D. (1992). *Hand and mind. What gestures reveal about thought*. Chicago: The University of Chicago Press.

Reynolds, F. J. & Reeve, R. A. (2002). Gesture in collaborative mathematical problem-solving. In *Journal of Mathematical Behavior*, 20, 447–460.