Karin BINDER, Regensburg

Bayesianische Inferenz – Kognitionspsychologische Grundlagen und didaktische Interventionen

In diesem Beitrag werden Forschungsideen vorgestellt, die im Rahmen meines Promotionsvorhabens näher untersucht werden sollen. Die geplante Dissertation ist empirisch zweigeteilt und wird auch kognitionspsychologische Grundlagenforschung beinhalten, auf die an dieser Stelle nicht näher eingegangen wird.

Ziel der vorgestellten Untersuchung ist es den Nutzen zusätzlicher grafischer Darbietungen bei Bayesianischen Aufgabenstellungen zu überprüfen, um falschen Antworten entgegenzuwirken.

Relevanz der Formel von Bayes

Die Formel von Bayes hat eine Vielzahl von Anwendungen in den verschiedensten Professionen, wie in der Medizin (z. B. Garcia-Retamero & Hoffrage, 2013) oder im gerichtlichen Kontext (z. B. Krauss & Bruckmaier, 2014). Auch Bayessche Netze, die ihrerseits wiederum breite Anwendungen finden (z. B. in den Ingenieurswissenschaften) und die Bayessche Statistik (als eigener Zweig innerhalb der Statistik) beruhen auf der Formel von Bayes, weshalb dieser Formel eine hohe mathematische Relevanz zuzuschreiben ist.

Im schulischen Stochastikunterricht spielen Bayesianische Aufgaben ebenfalls eine Rolle. Selbst lange bevor das Konzept von bedingten Wahrscheinlichkeiten unterrichtet wird, ermitteln Schüler bereits Anteilswerte mittels Vierfeldertafeln oder Baumdiagrammen mit relativen Häufigkeiten. Folgende Bayesianische Aufgabe aus dem gymnasialen Schulbuch „Lambacher Schweizer 11“ illustriert eine solche typische Aufgabenstellung:

Version 1: Text mit Wahrscheinlichkeiten, keine Visualisierung

„Eine Produktion elektronischer Bauteile hat einen Ausschuss von 15 %. In der Endkontrolle wird ein nicht voll funktionsfähiges Bauteil mit 90 % Wahrscheinlichkeit erkannt. Ein einwandfreies Bauteil wird in der Endkontrolle mit einer Wahrscheinlichkeit von 4 % versehentlich reklamiert.“

Anschließend wird in diesem Schulbuch unter anderem nach der Wahrscheinlichkeit gefragt, mit der ein Bauteil nicht voll funktionsfähig ist, wenn es in der Endkontrolle reklamiert wurde. Es ist also eine bedingte Wahrscheinlichkeit zu ermitteln, die mithilfe der Formel von Bayes errechnet werden kann.

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 193–196). Münster: WTM-Verlag

Theoretischer Hintergrund

Kahneman und Tversky (1972) zeigten in ihrem Forschungsprogramm „Heuristics and Biases“, dass die menschliche Urteilsbildung oftmals Verzerrungen unterliegt. Gigerenzer und Hoffrage (1995) nahmen an, dass die menschliche Inferenz bei Bayesianischen Aufgabenstellungen jedoch auch von der Repräsentation der gegebenen Informationen abhängt. Hierzu legten Sie Versuchspersonen Bayesianische Aufgaben vor. Manche Probanden erhielten die numerischen Informationen als prozentuale Angaben wie in obigem Schulbuchbeispiel. Bei anderen Versuchspersonen waren die Informationen hingegen in natürlichen Häufigkeiten gegeben.

Das vorherige Aufgabenbeispiel aus dem Schulbuch könnte in natürlichen Häufigkeiten folgendermaßen aussehen:

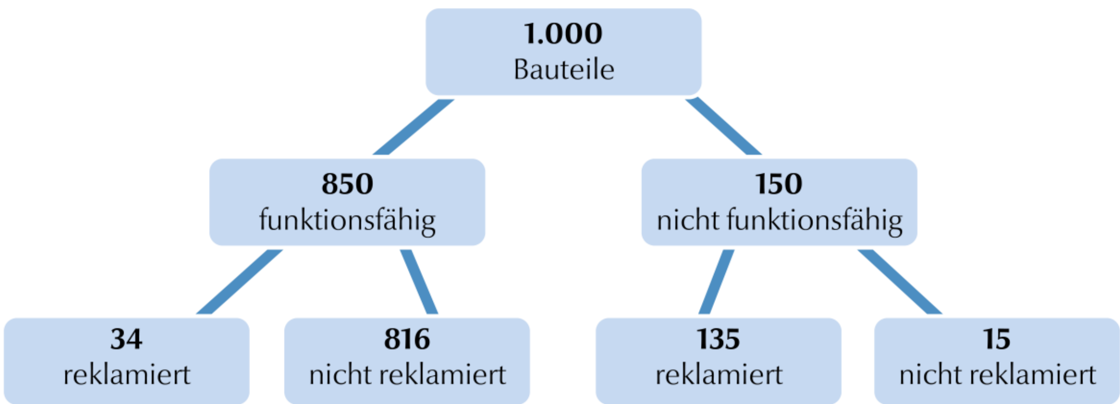
Version 2 a: Text mit natürlichen Häufigkeiten, keine Visualisierung

Bei einer Produktion elektronischer Bauteile sind 150 von 1.000 Bauteilen defekt. In der Endkontrolle werden 135 der 150 nicht voll funktionsfähigen Bauteile als defekt erkannt. 34 der 850 einwandfreien Bauteile werden in der Endkontrolle versehentlich reklamiert.

Gigerenzer und Hoffrage (1995) konnten zeigen, dass einfaches Ersetzen der Wahrscheinlichkeiten durch natürliche Häufigkeiten helfen kann, den Anteil falscher Antworten zu reduzieren. Deutlich mehr Versuchspersonen konnten in ihrer Studie bei Version 2 a die korrekte Lösung angeben.

Forscher verwenden in wissenschaftlichen Artikeln zu Bayesianischer Inferenz oftmals zusätzlich Häufigkeitsbäume, um das Zustandekommen der korrekten Lösung zu verdeutlichen. Jedoch wurde nicht untersucht inwiefern diese Darstellung tatsächlich hilft, falschen Antworten entgegenzuwirken. Nachfolgender Häufigkeitsbaum visualisiert die Aufgabenstellung in der Version mit natürlichen Häufigkeiten.

Version 2 b: Text mit natürlichen Häufigkeiten und Häufigkeitsbaum



Nun ist leichter zu sehen, dass (34 + 135) = 169 Bauteile reklamiert werden, von denen 135 tatsächlich nicht voll funktionsfähig sind. Daher stellt sich die Frage, inwiefern die zusätzliche Präsentation grafischer Darstellungen bei Bayesianischen Aufgaben im Format mit natürlichen Häufigkeiten helfen kann, um zu einer korrekten Inferenz zu finden.

Wassner (2007) untersuchte den Nutzen bestimmter grafischer Visualisierungen und konnte zeigen, dass diese im Vergleich zu reinen Textvarianten mit natürlichen Häufigkeiten noch eine weitere Verbesserung bewirken.

Brase (2008) untersuchte die Wirksamkeit ikonischer Darstellungen und Eulerdiagrammen, um kognitiven Verzerrungen bei Bayesianischen Aufgaben entgegenzuwirken. Auch Micallef et al. (2012) legten Versuchsteilnehmern eine Reihe von ikonischen Darstellungen und Eulerdiagrammen vor, konnten allerdings im Gegensatz zu Brase keine signifikante Verbesserung im Antwortverhalten feststellen. Garcia-Retamero und Hoffrage (2013) verwendeten hingegen Rasterdiagramme als zusätzliche Visualisierung und erzielten in ihrer Stichprobe wiederum weniger verzerrte Lösungen im Vergleich zur reinen Textvariante ohne Visualisierung.

Version 2 c: Text mit natürlichen Häufigkeiten und Vierfeldertafel

	reklamiert	**nicht reklamiert**	**1.000 Bauteile**
funktionsfähig	34	816	850
nicht funktionsfähig	135	15	150

Fragestellung

In der Dissertation soll ebenfalls die Wirksamkeit grafischer Darstellungen bei Bayesianischen Aufgaben untersucht werden, wobei ich mich auf Häufigkeitsbäume und Vierfeldertafeln konzentriere, die identische Informationen präsentieren. Es ergeben sich die folgenden Fragestellungen:

- Führt eine zusätzliche Präsentation der grafischen Darstellungen zu einem höheren Anteil korrekter Antworten im Vergleich zur reinen Textvariante mit natürlichen Häufigkeiten?
- Welche der Darstellungen eignet sich besonders gut, um kognitiven Verzerrungen entgegenzuwirken?

Methode

Als Versuchspersonen dienen Schüler aus Gymnasien in Bayern, die die 11. Jahrgangsstufe besuchen. Zu diesem Zeitpunkt sind die Schüler sowohl mit dem Konzept der bedingten Wahrscheinlichkeit vertraut als auch mit Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen mit relativen Häufigkeiten.

Es gibt vier verschiedene Aufgabentypen, gemäß nachfolgender Tabelle. Jeder der Schüler erhält zwei Aufgaben unterschiedlichen Typs zu zwei verschiedenen Kontexten, wobei eine der beiden Aufgaben eine zusätzliche Visualisierung enthält.

Version	Aufgabentext	Visualisierung
1	Wahrscheinlichkeitsversion	keine
2 a	Häufigkeitsversion	keine
2 b	Häufigkeitsversion	Häufigkeitsbaum
2 c	Häufigkeitsversion	Vierfeldertafel

Ausblick

In Kürze erfolgen die endgültige Ausarbeitung der Testbögen und eine Pilotierung der Untersuchung. Nach der Datenerhebung ist eine Erweiterung der Studie auf komplexe Bayesianische Aufgaben geplant. Es handelt sich hierbei um Aufgabenstellungen, in denen noch ein weiterer Hinweisreiz gegeben ist. Der Häufigkeitsbaum enthält dann also eine weitere Ebene und die Aufgabenstellung wird komplexer. Auch hierbei soll wieder die Fragestellung überprüft werden, ob die zusätzliche Präsentation einer grafischen Darstellung die Findung der korrekten Lösung unterstützen kann.

Literatur

Brase, G. L. (2008). Pictorial representations in statistical reasoning. *Applied cognitive psychology, 23*(3), 369–381.

Garcia-Retamero, R. & Hoffrage, U. (2013). Visual representation of statistical information improves diagnostic inferences in doctors and their patients. *Social Science & Medicine, 83*, 27–33.

Gigerenzer, G. & Hoffrage, U. (1995). How to improve Bayesian reasoning without instruction: Frequency formats. *Psychological Review, 102*(4), 684–704.

Götz, H. et al. (2009). *Lambacher Schweizer 11 – Mathematik für Gymnasien: Bayern, 1. Auflage* (S. 193). Stuttgart: Klett.

Krauss, S. & Bruckmaier, G. (2014). Eignet sich die Formel von Bayes für Gerichtsverfahren? In U. Sproesser, S. Wessolowski & C. Wörn (Hrsg.), *Daten, Zufall und der Rest der Welt* (S. 123–132). Wiesbaden: Springer Fachmedien.

Micallef, L., Dragicevic, P. & Fekete, J. (2012). Assessing the effect of visualizations on bayesian reasoning through crowdsourcing. *Visualization and Computer Graphics, IEEE Transactions on, 18*(12), 2536–2545.

Wassner, C. (2007). Förderung Bayesianischen Denkens – Kognitionspsychologische Grundlagen und didaktische Analysen. *KaDiSto Band 4*, Kassel.