

Katja EILERTS, Potsdam, Hans-Dieter RINKENS, Paderborn, Andreas SEIFERT, Lüneburg

Feldstudie zur Entwicklung der Rechenfertigkeit von Erstklässlern

Berichtet wird über eine Feldstudie mit über 2600 Erstklässlern in 128 Klassen gegen Ende des ersten Schuljahres. Getestet werden jeweils alle 231 Additions- sowie Subtraktionsaufgaben mit Ergebnissen im Zahlenraum bis 20, bestehend aus Aufgaben der Form „ $a + b =$ “ bzw. „ $a - b =$ “ (Testdesign siehe Rinkens, 2011). Im Vortrag werden vor allem die Ergebnisse des Subtraktionstests dargestellt. Es zeigt sich eine Unterteilung des Aufgabenpools in „leichte“ und „schwere“ Aufgaben, die nicht immer den intuitiven Vermutungen entspricht.

Entscheidend für erfolgreiches Rechnen ist ein wachsender Bestand an verfügbaren Rechensätzen und an Rechenstrategien. Beides hängt zusammen: Rechenstrategien setzen einen Bestand an bekannten Rechensätzen voraus, die Erweiterung dieses Bestandes geschieht über Rechenstrategien. Die Rechensätze sind das Rohmaterial, die Rechenstrategien das Gewusst-wie des Rechnens. Die Automatisierung des Einspluseins und des Einsminuseins ist letztendlich Voraussetzung für die arithmetischen Themen der folgenden Schuljahre.

Empirische Studien zur Entwicklung der Rechenkompetenz im ersten Schuljahr sind im deutschsprachigen Raum Mangelware (vgl. Padberg & Benz 2011). Meist sind es qualitative Studien zu Rechenstrategien (vgl. Gaidoschik 2010). Grassmann (2003) untersucht den Lernzuwachs bezogen auf ausgewählte Aufgaben, eingekleidet in Sachkontexten, zwischen Beginn und Ende des 1. Schuljahres in einer Stichprobe von 777 Kindern aus den Bundesländern Berlin, Brandenburg und Nordrhein-Westfalen.

1. Ergebnisse

Eine erste Sichtung der Daten von Additionstest und Subtraktionstest bestätigt das Lehrerurteil: Die Subtraktion ist deutlich schwieriger.

- Im Durchschnitt werden die Additionsaufgaben zu 92 Prozent korrekt bearbeitet, die Subtraktionsaufgaben zu 79 Prozent.
- Jedes dritte Kind löst alle Additionsaufgaben richtig, fast jedes zehnte Kind alle Subtraktionsaufgaben.
- Bei der Addition lösen 92 Prozent der Kinder mehr als drei Viertel der Aufgaben richtig, bei der Subtraktion nur 64 Prozent.

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 329–332). Münster: WTM-Verlag

- Die Aufgabe mit den wenigsten richtigen Lösungen wird bei der Addition ($7 + 9$) noch von 76 Prozent der Kinder richtig gelöst, bei der Subtraktion ($19 - 15$) von 43 Prozent.

Einen genaueren Überblick über die Ergebnisse des Subtraktionstests (Ergebnisse des Additionstest: vgl. Rinkens & Eilerts, 2012) liefert die Abbildungen 1. Sie zeigt, wie viel Prozent der Kinder, denen die jeweilige Aufgabe zur Bearbeitung vorgelegt wird, ein richtiges Ergebnis notieren.

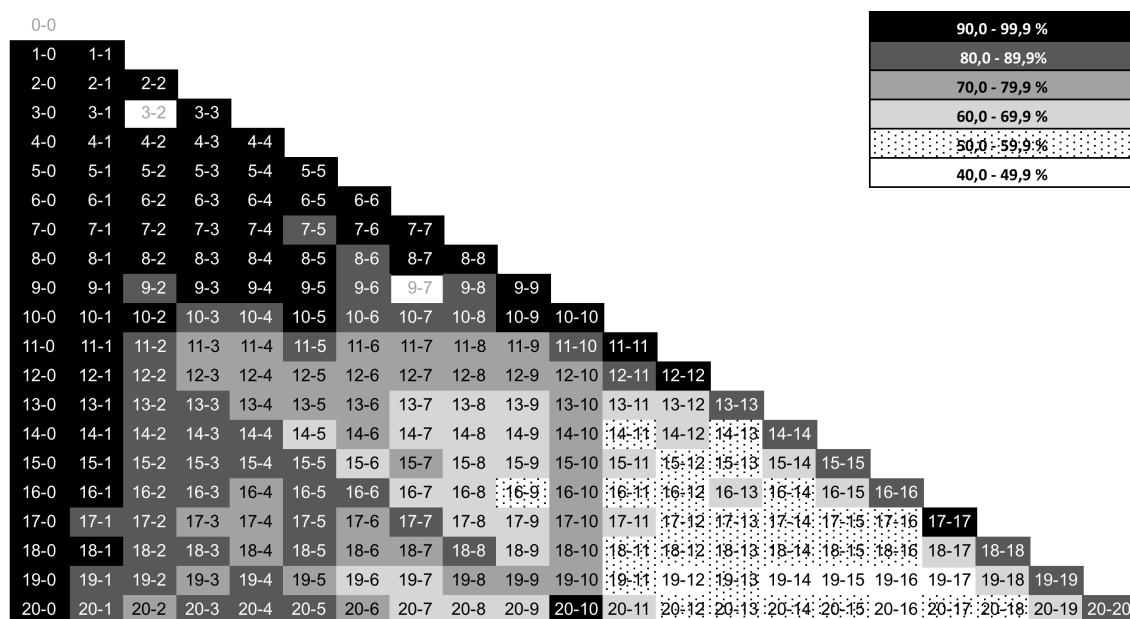


Abb. 1: Ergebnisse des Subtraktionstests

Schon der 1. Blick auf die Subtraktionsgrafik zeigt, dass sie in vier Segmente zerfällt, getrennt durch im Vergleich zur Umgebung dunkler getönte Felder mit der Zehn als Minuend, als Ergebnis oder als Subtrahend: Die Aufgaben im Zahlenraum bis Zehn sind im Schnitt leicht. Die Aufgaben ohne Zehnerüberschreitung, die Analogie-Aufgaben (Beispiel: $18 - 5$) sind etwas schwerer, aber leichter als die Aufgaben mit Zehnerüberschreitung (Beispiel: $13 - 5$). Noch schwerer sind die Aufgaben des Typs $18 - 13$.

Im Vortrag wurden im Weiteren detaillierte Analysen in Bezug auf die „handelnde“ Zahl, die Zahl Zehn und die Nachbaraufgaben etc. vorgestellt (vgl. auch Rinkens, Eilerts & Seifert in Vorb.).

2. Fazit

Die Feldstudie bestätigt den Erfahrungssatz: Die Additionsaufgaben werden deutlich besser gelöst als die Subtraktionsaufgaben. Nur 8 Prozent der Kinder haben im Schnitt noch Schwierigkeiten beim Addieren im Zahlenraum bis Zwanzig, aber 21 Prozent beim Subtrahieren. Die Studie gibt außerdem Hinweise auf die neuralgischen Punkte des Unterschieds zwischen

Addieren und Subtrahieren. Wenn die Kinder überwiegend zählend rechnen, dann kommt dem zweiten Summanden bzw. dem Subtrahenden, kurz: der „handelnden“ Zahl, eine besondere Bedeutung zu: Ist sie groß, wird die Aufgabe schwerer, wie die Studie bestätigt.

Dem Subtrahieren könnte geholfen werden. In der Einführungsphase der Subtraktion im Anfangsunterricht steht die Grundvorstellung des Wegnehmens im Vordergrund: Eine entsprechende Sachsituation wird durch eine Minus-Aufgabe modelliert. Der operative Zusammenhang zwischen Subtrahieren und Addieren wird dann meist durch die naheliegende Verbindung von Wegnehmen und Hinzufügen hergestellt: Danach entspricht der Aufgabe $9 - 6 = 3$ die Aufgabe $3 + 6 = 9$ (nicht $6 + 3 = 9$). Dieser enge Zusammenhang, der meist mit „Aufgabe und Umkehraufgabe“ umschrieben wird, ist aber gerade nicht hilfreich beim Lösen von Aufgaben wie $19 - 16 = x$; denn die Umkehraufgabe $x + 16 = 19$ ist wegen der fehlenden Startzahl nicht durch Hinzufügen zu lösen.

Die Sicht des Wegnehmens als Gegenoperation des Hinzufügens muss erweitert werden durch den Aspekt des Getrenntsehens als Gegenoperation des Zusammensehens. Am Beispiel der Zehnerstruktur der Zahlen von 11 bis 19 wird dies besonders deutlich. Die Zehnerstruktur ($16 = 10 + 6$) erfassen die Kinder sehr früh; Additionsaufgaben mit dem Summanden 10, gleich ob $10 + 6$ oder $6 + 10$, bereiten weit weniger als 10 Prozent der Kinder Probleme. Aufgaben des Typs $16 - 6$ lösen im Schnitt immerhin schon 15 Prozent und Aufgaben des Typs $16 - 10$ sogar ein Viertel der Kinder falsch oder gar nicht. Fazit: Dem subtraktiven Rechnen mit Zehn muss im Zusammenhang mit dem Aufbau der Zahlen über Zehn mehr Aufmerksamkeit im Unterricht geschenkt werden.

Das Defizit der Subtraktion macht sich bei einem anderen Aufgabentyp noch stärker bemerkbar. Während im Schnitt weniger als 15 Prozent der Kinder Schwierigkeiten bei Aufgaben des Typs $3 + 14$ haben, rechnet fast die Hälfte Aufgaben des Typs $17 - 14$ falsch oder gar nicht.

Mitunter hört man aus dem Lehrerkollegium Stimmen, die sagen: „Diese Aufgaben gehören nicht ins erste Schuljahr; es handelt sich ja um die Subtraktion zweistelliger Zahlen.“ In Wahrheit handelt es sich jedoch um verständiges Rechnen (= Rechnen mit Verstand): „Schau auf die Zahlen, ehe du rechnest.“ Wird dieser Aspekt vernachlässigt, kommt es später zu Defiziten, so zum Beispiel dass im vierten Schuljahr Aufgaben wie $701 - 698$ schriftlich gerechnet werden mit den typischen Fehlern bei der schriftlichen Subtraktion (vgl. Selter 2001).

Bei Nachbar-Zahlen (Beispiel: 17 – 16) haben die meisten Kinder bereits den „Zahlenblick“ entwickelt: Sie lösen sich vom Schema des Wegnehmens und „sehen“ das Ergebnis Eins. Im Hinblick auf die Entwicklung verständigen Rechnens ist anzuraten, gegen Ende des ersten Schuljahres dieser erweiterten Sicht beim Subtrahieren stärker Rechnung zu tragen.

Literatur

- Gaidoschik, M. (2010). Zur Entwicklung von Rechenstrategien im ersten Schuljahr. In Ch. Fridrich, M. Heissenberger & A. Paseka (Hrsg.), *Forschungsperspektiven 2*. Wien: LIT-Verlag, 29-45.
- Grassmann, M., Klunter, M., Köhler, E., Mirwald, E., Raudies, M. & Thiel, O. (2003). Mathematische Kompetenzen von Schulanfängern, Teil 2: Was können Kinder am Ende der Klasse 1, *Potsdamer Studien zur Grundschulforschung*, 31 (2003).
- Padberg, F. & Benz, C. (2011). *Didaktik der Arithmetik*. (4. erweiterte, stark überarbeitete Auflage). München: Spektrum Akademischer Verlag.
- Rinkens, H.-D., Eilerts, K. & Schaper, K. (2004). 11-10 ist leicht, 11-9 nicht. Ergebnisse einer Feldstudie zu arithmetischen Fähigkeiten von Erstklässlern im Bereich des Subtrahierens nach der materialgebundenen Einführungsphase. In Krauthausen, G. & Scherer, P. (Hrsg.), *Mit Kindern auf dem Weg zur Mathematik – Ein Arbeitsbuch zur Lehrerbildung*. Festschrift für Hartmut Spiegel. Donauwörth: Auer Verlag, 126–134
- Rinkens, H.-D. (2011). Test zur Erfassung der Rechenfertigkeit von Erstklässlern im Bereich der Addition und Subtraktion. Internetmanuskript <http://www.rinkens-hd.de/images/projekte/TestErstkl.pdf>. Gesehen 27.01.2014
- Rinkens, H.-D. & Eilerts, K. (o. J.). Feldstudie zur beginnenden Rechenfertigkeit von Erstklässlern. Internetmanuskript <http://www.rinkens-hd.de/images/projekte/ErstklaesslerFaeh.pdf>. Gesehen 27.01.2014
- Rinkens, H.-D. & Eilerts, K. (2012). Entwicklung der Rechenfertigkeit von Erstklässlern im Bereich der Addition. In W. Blum, R. Borromeo Ferri & K. Maaß (Hrsg.), *Mathematikunterricht im Kontext von Realität, Kultur und Lehrerprofessionalität – Festschrift für Gabriele Kaiser*. Wiesbaden Springer (S. 265-274)
- Rinkens, H.-D., Eilerts, K. & Seifert, A. (i.Vorb.). Zur Rechenfertigkeit von Erstklässlern im Bereich der Subtraktion und möglichen Wirkungsfaktoren.
- Selter, C. (2001). Zur rechnerischen Flexibilität von Grundschulern - Analysen am Beispiel der Aufgabe 701-698. In W. Weiser & B. Wollring (Hrsg.), *Beiträge zur Didaktik der Mathematik in der Primarstufe - Festschrift für Siegbert Schmidt*. Hamburg: Dr. Kovac. (S. 217-223)