

Franz EMBACHER

Kompetenzen hinsichtlich der Methode der Fallunterscheidungen.

1. Hintergrund

Fallunterscheidungen zählen zu den mathematischen Methoden, die vor allem in technischen und ingenieurwissenschaftlichen Fächern in ganz praktischer Hinsicht wichtig sind, etwa beim Implementieren von technischen Ablaufplänen und Simulationen. Im Rahmen des Mathematikunterrichts der Sekundarstufe 2 wird die Methode der Fallunterscheidungen vor allem beim Lösen von Bruchungleichungen und Betrags(un)gleichungen angewandt, seltener hingegen als Hilfsmittel beim Beweisen, als Beispiel einer mathematischen Argumentationsform *par excellence*.

Fallunterscheidungen – insbesondere in den im Mathematikunterricht angewandten Kontexten – werden, neben anderen Themen, in den an der Fachhochschule Technikum Wien [1] angebotenen Mathematik-Vorkursen behandelt. Im Rahmen der Abhaltung dieser Vorkurse im Sommer 2012 und im Sommer 2013 konnte der Autor einen Eindruck von den Schwierigkeiten der Studierenden bei der Anwendung von Methoden, die auf Fallunterscheidungen beruhen, gewinnen.

Probleme von StudienanfängerInnen hinsichtlich der mathematischen Anforderungen in technischen und ingenieurwissenschaftlichen Fächern sind bekannt und werden in der wachsenden Literatur zu diesem Themenkomplex (siehe etwa [2]) in vielfältigen Schattierungen dokumentiert. Oft, wie auch an der Fachhochschule Technikum Wien, wird versucht, Wissens- und Kompetenzlücken in Vor- und Brückenkurse zu schließen. Ergänzend dazu kann die Untersuchung von Schwierigkeiten im Umgang mit konkreten Inhalten und Methoden Hinweise für den Mathematikunterricht liefern, um die zukünftigen StudienanfängerInnen bereits im schulischen Vorfeld auf die erwarteten Anforderungen vorzubereiten.

Als im Sommer 2013 der Entschluss fiel, speziell die Kompetenzen hinsichtlich der Methode der Fallunterscheidungen in einer kleinen Erhebung genauer zu untersuchen, standen die Studierenden der Fachhochschule nicht mehr zur Verfügung, wohl aber mehrere Studierendengruppen an der Universität Wien. An eine erste, im Sommer und im Herbst 2013 durchgeführte Untersuchung schloss sich eine zweite Erhebung im Jänner 2014 an.

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 341–344).
Münster: WTM-Verlag

2. Empirische Untersuchung Sommer/Herbst 2013

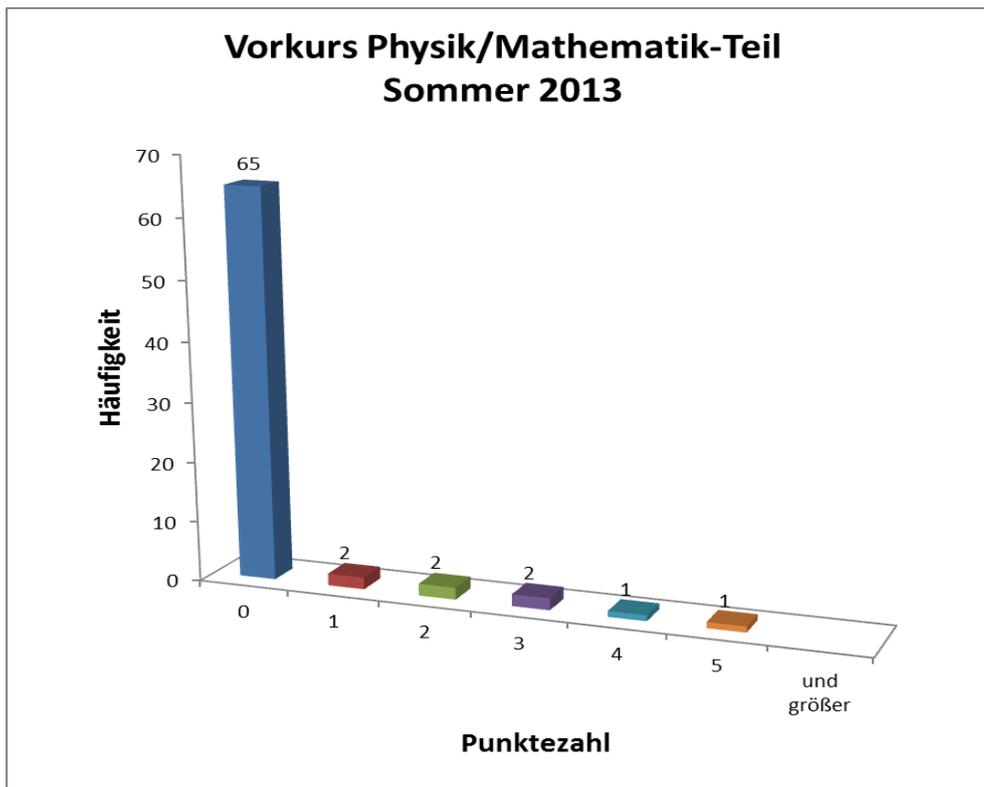
Für die erste Untersuchung wurden zwei Studierendengruppen der Universität Wien herangezogen:

- 73 TeilnehmerInnen am „Vorkurs Physik/Mathematik-Teil“ der Fakultät für Physik im Sommer 2013. Es handelt sich um Physik-Studierende vor dem ersten Semester, die als eine mehr oder weniger typische Gruppe von StudienanfängerInnen angesehen werden können, die ein Fach gewählt haben, in dem mathematische Methoden eine gewisse Rolle spielen, die aber zum Großteil nicht im engeren Sinn an Mathematik interessiert sind.
- 25 TeilnehmerInnen am „Seminar zur Unterrichtsplanung“ im Rahmen des Mathematik-Lehramtsstudiums. Es handelt sich um Studierende typischerweise im 5. – 9. Semester, die als „angehende Mathematik-Lehrkräfte“ angesehen werden können.

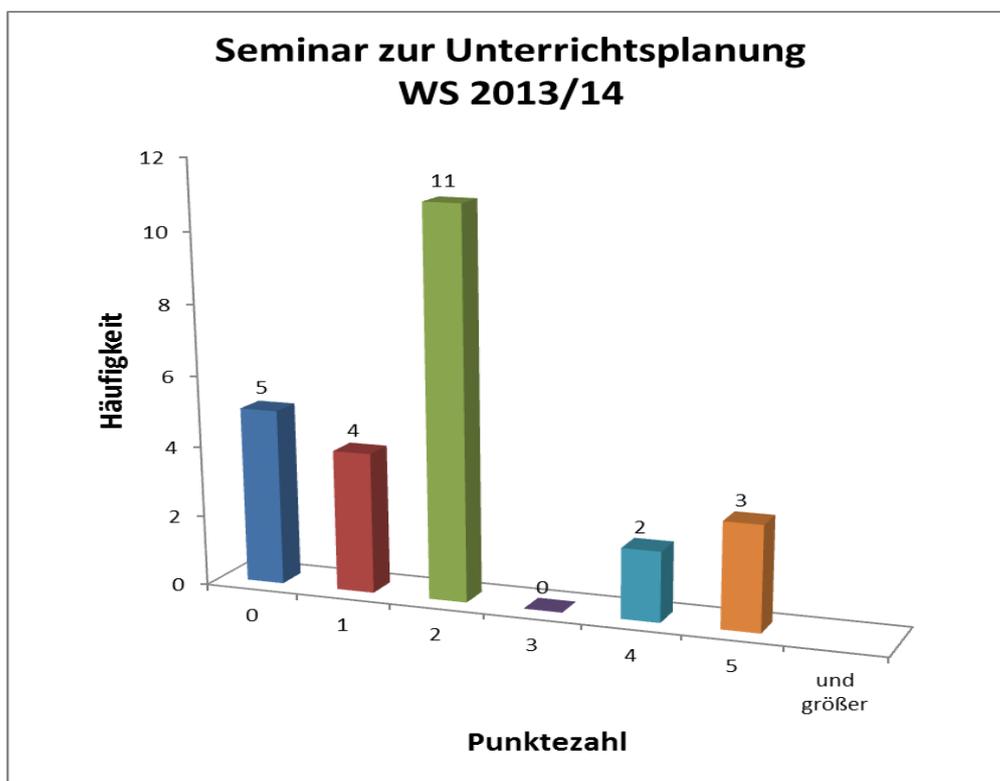
Beiden Studierendengruppen wurde (ohne Vorbereitung) die Aufgabe gestellt, die Bruchungleichung $\frac{2x-1}{x-1} < 1$ mit Hilfe der Methode der Fallunterscheidungen zu lösen. Bereits vorab wurde vermutet, dass eine besondere Schwierigkeit bei einer auf den beiden möglichen Vorzeichen des Nenners $x-1$ beruhenden Fallunterscheidung darin besteht, dass jeweils *nach* der Ermittlung der Lösung der für jeden Fall erhaltenen (linearen) Ungleichung darauf vergessen wird, die entsprechende Fallbedingung (d.h. eine der Bedingungen $x-1 > 0$ und $x-1 < 0$, die die beiden zu bearbeitenden Fälle definieren) zu berücksichtigen. Daher wurde folgendes Punkteschema für die Bewertung veranschlagt:

Punkte	Beschreibung
0	keine adäquate Fallunterscheidung angesetzt
1	adäquate Fallunterscheidung angesetzt, maximal 1 Fall ausgeführt, Fallbedingung nicht berücksichtigt
2	adäquate Fallunterscheidung angesetzt, alle Fälle ausgeführt, Fallbedingungen nicht berücksichtigt
3	adäquate Fallunterscheidung angesetzt, 1 Fall ausgeführt, Fallbedingung berücksichtigt
4	adäquate Fallunterscheidung angesetzt, alle Fälle ausgeführt, Fallbedingungen berücksichtigt, Fälle nicht (korrekt) zu einer Gesamtlösung kombiniert
5	Fallunterscheidungen richtig durchgeführt und (korrekt) zur Gesamtlösung kombiniert

Das Ergebnis für die Gruppe der Physik-StudienanfängerInnen



lässt praktisch keine Erinnerung an eine frühere Anwendung der Methode erkennen. Das Ergebnis der zukünftigen Mathematik-Lehrkräfte



fiel erwartungsgemäß besser aus. Dennoch konnten nur 12% die Aufgabe korrekt lösen. 44% der Studierenden erzielten 2 Punkte, d.h. sie berücksichtigten die Fallbedingungen nicht und erzielten keine oder eine falsche Lösung.

3. Empirische Untersuchung Jänner 2014

In einer Nachfolgeuntersuchung mit TeilnehmerInnen einer Mathematik-Vorlesung für Physik-Lehramtsstudierende (die nicht gleichzeitig Mathematik studieren) und mit den Studierenden im „Seminar zur Unterrichtsplanung“, die auch an der ersten Untersuchung teilnahmen, wurde eine Aufgabe gestellt, die eine Fallunterscheidung in einem *nichtmathematischen* Kontext (Kriminalfall, Fallunterscheidung nach dem Geschlecht der Tatverdächtigen) beinhaltete. Erstaunlicherweise erzielten die Studierenden schlechtere Ergebnisse als bei einer zum Vergleich gestellten Bruchungleichungs-Aufgabe vom obigen Typ!

Bereits bei der Erstellung des „Kriminalfalls“ hatte der Autor den Eindruck, dass es im Alltagsleben kaum Situationen gibt, in denen die Gefahr besteht, eine „Fallbedingung“ zu vergessen! Dies wurde dadurch untermauert, dass einige Studierende in einem Gespräch nach der Erhebung die Krimi-Aufgabenstellung (bei der sie in das Korsett einer formellen Fallunterscheidung gezwängt wurden) als *unnatürlich* bezeichneten, d.h. die eigentliche Aufgabenstellung schlicht und einfach nicht verstanden!

4. Resümee

Das Hauptproblem scheint von der nichttrivialen Logik herzurühren, die die Methode der Fallunterscheidungen mit sich bringt, wenn sie in den „traditionellen“ Kontexten wie Bruchungleichungen [und wohl auch Betrags(un)gleichungen] angewandt wird. Eine mögliche Abhilfe bestünde nach Ansicht des Autors darin, Fallunterscheidungen im Mathematikunterricht von diesen problematischen Kontexten zu befreien und in logisch einsichtigeren Zusammenhängen (wie einfachen Beweisaufgaben) einzusetzen. So könnte auch ihr Ruf verbessert werden, den ihnen der fast ausschließliche Einsatz beim Lösen einer kleinen (und vielfach unbeliebten) Klasse von Gleichungen und Ungleichungen eingebracht hat.

Literatur

[1] Website: <http://www.technikum-wien.at/>.

[2] Bausch, I., Biehler, R., Bruder, R., Fischer, P. R., Hochmuth, R., Koepf, W., Schreiber, S. & Wassong, T. (Hrsg.) (2014): *Mathematische Vor-und Brückenkurse: Konzepte, Probleme und Perspektiven*, Springer Spektrum: Wiesbaden.