

Mathias HATTERMANN, Bielefeld

Negative Zahlen in der Grundschule – Ein Erfahrungsbericht aus einem laufenden Projekt mit der Laborschule Bielefeld

Das Forschungs- und Entwicklungsprojekt *Positive Beispiele zu negativen Zahlen* erfolgt in Kooperation der Universität Bielefeld und der Laborschule Bielefeld. Innerhalb des Projektes arbeiten zwei Lehrerinnen, ein Lehrer, der Leiter der Wissenschaftlichen Einrichtung und eine wissenschaftliche Hilfskraft mit zwei Wissenschaftlern des Institutes für Didaktik der Mathematik der Universität zusammen, um konstruktive Hinweise zum schulbasierten Umgang mit ganzen Zahlen in verschiedenen Jahrgangsstufen zu erarbeiten.

Ziele des Projektes

Die Ziele des auf den Zeitraum von 2011 bis 2016 laufenden Forschungs- und Entwicklungsprojektes bestehen aus:

- der Feststellung schülerspezifischer Präferenzen für Modelle zu vorgegebenen Aufgabenstellungen,
- der Identifikation von personenspezifischen und modellspezifischen Lernhürden,
- der Empfehlung sowohl für die Kombination von Modellen als auch für deren Konventionen der Interpretation,
- der Sammlung konstruktiver Hinweise zum Unterrichtslehrgang negative Zahlen.

Im bisherigen Verlauf der Untersuchungen wurden bereits Ergebnisse zur Verwendung des Plus-Minus-Spiels (Hattermann 2013, Hattermann et al. (in Druck) und zur Untersuchung von Argumentationsprozessen bei der Begründung von Lösungen reiner Rechenaufgaben von Schülerinnen und Schülern der 7. Klasse publiziert (Hattermann et al. 2013).

Übergreifendes Design des Projektes

Im System der Laborschule sind die Lehrerinnen und Lehrer Praxisforscher und entwickeln ihren Unterricht mit Kolleginnen und Kollegen bzw. auch Wissenschaftlern in Forschungs- und Entwicklungsprojekten weiter, wobei Ergebnisse u.a. in der Reihe *Impuls Laborschule* (Klinkhardt Verlag) publiziert werden. Auf der methodologischen Grundlage von *Lesson Studies* (z.B. Hart et al. 2011), einer ursprünglich in Japan vor über 100 Jahren entwickelten und weit verbreiteten Methode zur Lehrerprofessionalisierung

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 491–494).
Münster: WTM-Verlag

bzw. Lehrerpraxisforschung, arbeiten Lehrerinnen und Lehrer im vorgestellten Projekt mit Wissenschaftlern zusammen, um Literatur zu sichten, Unterricht gemeinsam zu planen, diesen durchzuführen, gemeinsam zu reflektieren und mit verbesserter Konzeption zu wiederholen.

Design der Untersuchung innerhalb der Jahrgangsmischung 3, 4, 5

Für die Thematisierung der negativen Zahlen in der Jahrgangsmischung waren die folgenden Forschungsfragen zielführend: Inwiefern ist die Thematisierung von negativen Zahlen in der Grundschule sinnvoll? Gibt es besonders geeignete, eventuell altersabhängige, Kontexte? Welche Stufen der Objektivierung können nach Malle (2007) angesprochen werden? Zur Identifikation eines eventuell präferierten Kontextes und zur Anbindung an mögliches Vorwissen, erfolgte zunächst ein Unterrichtsgespräch zur Erhebung von Vorerfahrungen. Als Ergebnis ließ sich konstatieren, dass die Schülerinnen und Schüler unter negativen Zahlen Kommazahlen bzw. „so-was wie Rest“ und „Zahlen, die man nicht teilen kann“ verstanden. Aufgrund der nahezu nicht vorhandenen Vorkenntnisse zu negativen Zahlen, entschloss sich die Forschergruppe, die Schülerinnen und Schüler in Gruppen zu ca. 5 Personen über einen Zeitraum von 2 Wochen und 8 Unterrichtszeitstunden an verschiedenen Themen möglichst eigenständig arbeiten zu lassen. Die Themen bestanden aus einem strukturellen Zugang über die Zahlengerade (Ordnung, Gegenzahl, Abstand, Permanenzreihen, vgl. Abb.1), Guthaben und Schulden, Meerestiefen, Temperatur und einer an die Grundschule angepassten Version des Plus-Minus-Spiels (Hattermann et al. (in Druck)).

1. Mirko und Alexander rechnen Aufgaben.

$$8 - 1 = 7$$

$$8 - 2 = 6$$

$$8 - 3 = 5$$

$$8 - 4 = 4$$

$$8 - 5 = 3$$



Was meinst Du, wer die Wette gewinnt? Erkläre Deine Entscheidung.

Abbildung 1: Aufgabe zu Permanenzreihen

Ergebnisse

Die Schülerinnen und Schüler nahmen am Ende der Sequenz an einer Evaluation teil, in der sowohl ihre Einstellungen zur Mathematik als auch ihre Meinungen zu den verschiedenen Themen und ihre Selbsteinschätzung erhoben wurden. Weiterhin bearbeiteten die Schülerinnen und Schüler zu den behandelten Themenfeldern strukturähnliche Aufgaben. Außerdem traten auch kontextfreie Rechenaufgaben auf, die jedoch nicht in den Übungsfor-

maten enthalten waren, um eventuelle Abstraktionsprozesse beobachten und diese im anschließenden Interview genauer untersuchen zu können. Zunächst kann festgehalten werden, dass alle Zugänge motiviert bearbeitet wurden. „Die Aufgaben zur ... fand ich gut“, wurden mit folgenden Mittelwerten (N = 20, Minimum = 0, Maximum = 3) bewertet: Temperatur 2,6; Schulden 2,3; Meerestiefen 2,4; Zahlengerade 2,15; Plus-Minus-Spiel 2,9. Somit liegt der strukturelle Ansatz über die Zahlengerade mit Permanenzreihen zwar leicht hinter den übrigen Einschätzungen zurück, jedoch kann keinesfalls von einem nicht motivierenden Zugang für diese Jahrgangsmischung gesprochen werden. Der Einsatz des Plus-Minus-Spiels war vergleichbar mit den Erfahrungen in Klasse 7 auch in der Jahrgangsmischung sehr beliebt. Obwohl in der Erarbeitungsphase keine kontextfreien Rechenaufgaben auftraten, gelang der Mehrzahl der Schüler die erfolgreiche Bearbeitung von fünf reinen Rechenaufgaben ohne Kontextbezug während der Evaluation. Der Median der richtigen Lösungen von 5 Aufgaben lag bei 4, der Mittelwert bei 3,7. Schwächere Schülerinnen und Schüler hatten insbesondere Schwierigkeiten bei reinen Rechenaufgaben (z.B. $-9 + 13 =$ oder $-8 - 15 =$), Aufgaben zum Abstand („Alexander sucht Zahlen, die 5 Schritte von der -17 entfernt sind. Fallen dir zwei Zahlen ein?“) und Aufgaben zum Temperaturunterschied (Höchsttemperatur in Bielefeld $+3\text{ °C}$, Tiefsttemperatur -2 °C), welche ebenfalls Abstandsbetrachtungen beinhalten. Betrachtet man die Evaluationsergebnisse in Bezug auf die einzelnen Klassenstufen 3, 4 und 5, so treten entgegen der Vermutung der Forschergruppe höhere Punktzahlen in Klassenstufe 5 im Vergleich zu den übrigen Stufen nicht auf. Bei 32 zu erreichenden Punkte lag der Median der gesamten Gruppe bei 25,5, der Mittelwert bei 25, wobei sich die einzelnen Stufen nur unwesentlich unterscheiden (Stufe 3 MW: 24; ME: 24,5; Stufe 4 MW: 24; ME: 24; Stufe 5 MW: 27; ME: 28,5), die Streuung der Ergebnisse ist Abbildung 2 zu entnehmen.

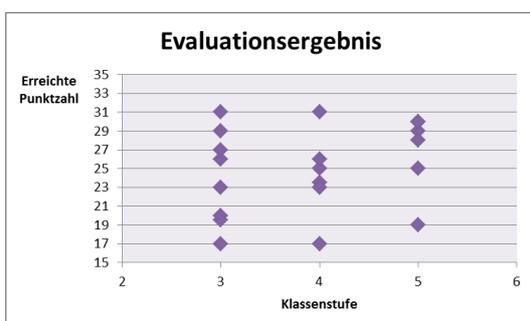


Abbildung 2: Streuung der Ergebnisse des mathematischen Tests

Im Interview ließ sich feststellen, dass die meisten Schülerinnen und Schüler auch aufgrund mangelnder Erfahrung mit der Notation von negativen Zahlen und zugehöriger Rechenaufgaben noch auf Stufe 1 nach Malle

(2007) arbeiten, auf der negative Zahlen als natürliche Zahlen in speziellen Verwendungssituationen interpretiert werden. So notiert Lisa auf ihrem Blatt $8 + 5 = 13$ zur inhaltsgebundenen Aufgabe beim Plus-Minus-Spiel „Yasin hat -5 Punkte. Er bekommt eine rote -8 von seinem Nachbarn. Wie viele Punkte hat er nun? Schreibe eine Rechnung auf.“ Im Interview wird jedoch deutlich, dass Lisa sehr wohl bewusst ist, dass es sich hier um negative Zahlen handelt und sie auch weiß, dass Yasin -13 Punkte besitzt. Sie wusste nur nicht, wie sie diese Aufgabe aufschreiben sollte. Jedoch gibt es auch Kinder, die bereits klar von natürlichen Zahlen abstrahieren und der Schritt zur Arbeit auf Stufe 3 nach Malle (2007) zumindest als erreichbar erscheint.

Fazit

Anhand der Ergebnisse der Untersuchung stellt sich die berechtigte Frage, ob nach Verifikation der Ergebnisse mit größeren Probandenzahlen trotz der Stofffülle in der Grundschule ein ernst zu nehmendes Spiralcurriculum nicht auch negative Zahlen in der Grundschule auf den Stufen 1 und 2 nach Malle (2007) berücksichtigen müsste. Das Projekt wird in Klasse 7 fortgeführt, wobei die Schülerinnen und Schüler vier verschiedene spielerische Zugänge (das Plus-Minus-Spiel, das Miese-Mäuse-Spiel, eine spielerische Form des Pfeilmodells und das Guthaben-Schulden-Spiel) ausprobieren und sich für die vertiefte Thematisierung für eines der Spiele entscheiden, an welchem sie anschließend die Notation der Addition und Subtraktion von ganzen Zahlen inhaltlich deuten und das Rechnen mit inhaltlichen Überlegungen und Übersetzungsprozessen am jeweiligen Spiel üben können.

Literatur

- Hattermann, M., Hofe, R. v., Kullmann, H. (2013). An Innovative Approach to Negative Numbers. In A. Lindmeier et al. (Hrsg.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (S. 71). Kiel: PME.
- Hattermann, M. (2013). Einführung und erste Rechenoperationen mit ganzen Zahlen: Ein Erfahrungsbericht. In G. Greefrath et al. (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013*, (S. 420–423). Münster: WTM.
- Hattermann, M., Hofe, R. v., Viehmeister, F. (in Druck). Rote Karte? Ich hab' grün! *mathematik lehren*, 183.
- Malle, G. (2007). Die Entstehung negativer Zahlen: Der Weg vom ersten Kennenlernen bis zu eigenständigen Denkobjekten. *mathematik lehren*, 142, 52–57.
- Hart, L. C., Alston, A. S., & Murata, A. (2011). *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education: Learning Together*. Dordrecht; New York: Springer.