

Nadja KARPINSKI-SIEBOLD, Halle (Saale)

Algebraisches Denken von Grundschulkindern

Mit diesem Beitrag soll ein knapper Einblick in ein aktuell laufendes Forschungsprojekt ermöglicht werden. Ausgehend von den international vielfach diskutierten Early-Algebra-Ansätzen, die eine Verbindung und gegenseitige Stützung arithmetischer und algebraischer Inhalte im Mathematikunterricht anstreben, geht es um die Erkundung algebraischer Fähigkeiten von Schülerinnen und Schülern im Grundschulalter (Fritzlär & Karpinski-Siebold, 2012).

Konkret sollen folgende zwei *Forschungsfragen* Beantwortung finden:

- *Wie kann algebraisches Denken im Grundschulalter beschrieben werden?*
- *Welche entsprechenden Fähigkeiten bezüglich des algebraischen Denkens sind im 4. Schuljahr ohne vorherige spezifische Programme zu erfassen?*

Zum algebraischen Denken

Ausgehend von der weltweit geführten Diskussion zum algebraischen Denken und bezugnehmend zur o. g. ersten Frage wird das Konstrukt algebraisches Denken von mir mit folgenden sechs Komponenten umrissen:

Umgehen mit Operationen als Objekten und ihren Umkehrungen; Herstellen von Beziehungen zwischen Zahlen, Mengen und Relationen; Verallgemeinern; Umgehen mit Unbekannten; Umgehen mit Veränderungen; Nutzen von (symbolischen) Repräsentationen

Diese Komponenten sind nicht auf Algebra beschränkt, sie erfahren in algebraischer Konstellationen allerdings eine spezifische Ausprägung. Mit ihnen erscheint algebraisches Denken als ein sehr reichhaltiges spezifisches Konstrukt, wobei nicht alle Komponenten trennscharf voneinander sind (ausführlich dazu Fritzlär & Karpinski-Siebold, 2011).

Die empirische Hauptstudie

Nach einer im Frühjahr 2011 durchgeführten Vorstudie mit 44 Schülerinnen und Schülern im Raum Halle (Saale) und Umgebung, schloss sich im Mai bis Juli 2013 die Hauptstudie zu diesem Promotionsprojekt ebenfalls in Halle (Saale) und Umgebung und in Magdeburg und Umgebung mit insgesamt 74 jeweils ca. 45-minütigen diagnostischen Einzelinterviews an. An dieser Studie nahmen zum einen 20 mathematisch begabte Schülerinnen und Schüler, jeweils 10 aus den o.g. Regionen teil (Schülergruppe A), die aus den 25 Besten des Aufnahmetests zweier in Sachsen-Anhalt befindli-

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 595–598).
Münster: WTM-Verlag

cher Spezialgymnasien ausgewählt wurden. Zum anderen wurden aus den Schulklassen dieser Teilnehmer jeweils drei weitere Schülerinnen und Schüler in die Untersuchung einbezogen, die sehr gute bis gute, durchschnittliche und unterdurchschnittliche Leistungen im Fach Mathematik erreicht haben und damit das Leistungsspektrum repräsentieren sollten (Schülergruppen B, C, D). Die Auswahl der Schülerinnen und Schüler nahm die Mathematiklehrerin nach von mir ausgearbeiteten konkreten Vorgaben vor. Man kann davon ausgehen, dass durch diese Konstruktion der Untersuchungsgruppe ein Ausblick auf einen evtl. Zusammenhang zwischen den Konstrukten „mathematische Begabung“ und „algebraisches Denken“ möglich ist. Die Untersuchungsgruppe löste neun Aufgaben passend zu den Komponenten algebraischen Denkens.

Ausgewählte Aufgaben am Beispiel der Komponente „Herstellen von Beziehungen zwischen Zahlen, Mengen und Relationen“

Zu dieser Komponente gab es drei Aufgaben, von denen eine im Folgenden vorgestellt werden soll.

Herstellen von Beziehungen zwischen Mengen

- Marie und Alec sammeln Fußballbilder, von denen es kleine und große Packungen gibt. Marie hat eine kleine Packung, zwei große Packungen und 5 einzelne Bilder. Alec hat eine kleine Packung, eine große Packung und 9 einzelne Bilder. Wie viele Bilder sind in einer großen Packung, wenn beide Kinder insgesamt gleich viele Bilder haben?



Abb. 3 Aufgabe „Panini“

Auswertung der Ergebnisse

Die Auswertung der Interviews und der Arbeitsblätter erfolgt aufgabenspezifisch. Dabei wurde aus den beobachtbaren Lösungsstrategien der Vorstudie von mir für jede Aufgabe ein Kategoriensystem entwickelt, welches in der Auswertung der Daten der Hauptstudie evaluiert wurde.

Schritt	Vorgehen
1	Sichtung der Videoaufzeichnungen der Vorstudie
2	Konstruktion von Kategorien ähnlicher Vorgehensweisen (induktiv)
3	Beschreiben konkreter Beispiele zu den Kategorien
4	Zuordnung der Zweifelsfälle durch das Aufstellen von Regeln
5	Sichtung der Videoaufzeichnungen der Hauptstudie
6	Ausdifferenzierung der Kategorien der Vorstudie
7	Evaluation des Kategoriensystems (Reduzierung von Kategorien)
8	Zuordnung der Zweifelsfälle
9	Quantifizierung

Tabelle 1 Herausarbeitung des Kategoriensystems

Aus den beobachtbaren Vorgehensweisen der Schülerinnen und Schüler der „Panini-Aufgabe“ wurde von mir folgendes Kategoriensystem entwickelt.

Ziffer der Kategorie	Erläuterung
1	Ein Herstellen von Beziehungen ist nicht erkennbar.
2	Aus der Alltagserfahrung werden 5 Sammelkarten für die große Packung angenommen.
3	Der Unterschied zwischen beider Mengen einzelner Sammelkarten wird erkannt, aber nicht erkennbar genutzt.
4	Beziehungen werden genutzt, um systematisch zu probieren.
5	Beziehungen zwischen den Teilmengen werden erkannt und genutzt.

Tabelle 2 Kategoriensystem Panini

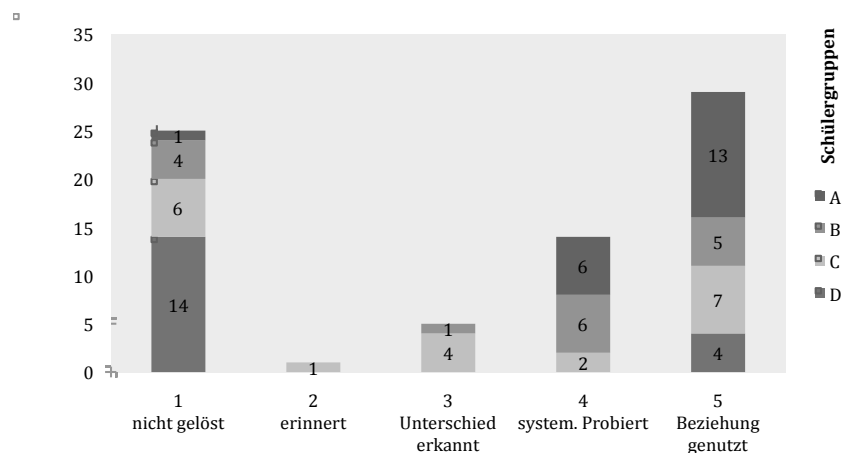


Diagramm 1 Auswertung der Vorgehensweisen der gesamten Schülerinnen und Schüler

In der Auswertung zeigt sich, dass 48 von 74 Schülerinnen und Schülern Beziehungen zwischen den Mengen herstellen konnten (Kategorien 3, 4

und 5). Davon nutzten 14 Schülerinnen und Schüler die Beziehungen, um die Lösung durch systematisches Probieren zu ermitteln, fünf der Probandinnen und Probanden erkannten den Unterschied von 4 kleinen Sammelkarten, konnten aber trotz Nachfrage nicht sagen, wie viel Bilder die große Packung enthält (Kategorie 3). Ein Herstellen von Beziehungen war bei 26 Schülerinnen und Schülern nicht zu erkennen (Kategorien 1 und 2).

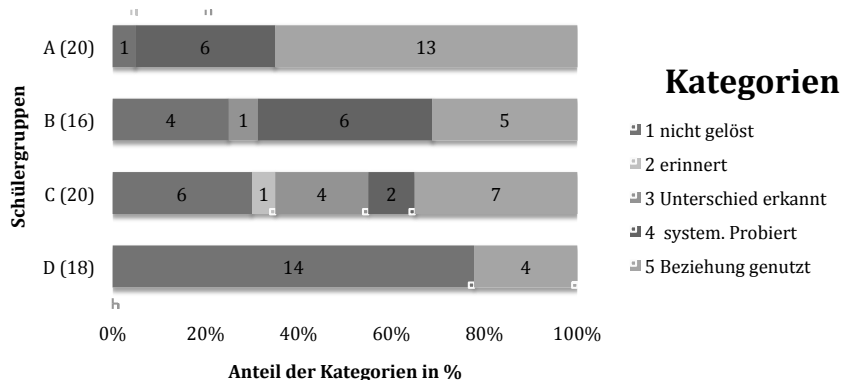


Diagramm 2 Auswertung der Vorgehensweisen der Schülerinnen und Schüler ihres des Leistungsspektrums

Das Diagramm 2 zeigt, dass Fähigkeiten bezüglich der Komponente „Herstellen von Beziehungen zwischen Zahlen, Mengen und Relationen“, hier speziell Beziehungen zwischen Mengen, in jeder Schülergruppe vorhanden sind. Erwartungsgemäß zeigten die Schülerinnen und Schüler der Schülergruppe A am häufigsten ein Herstellen von Beziehungen zwischen Mengen (95%). Deutlich wird der Unterschied im Vergleich zur Schülergruppe B. Diese Befunde könnten auf ein Begabungsmerkmal deuten. Diesbezüglich scheinen weitere Forschungsbemühungen notwendig. Für die weitere Auswertung der Hauptstudie wäre es interessant auch der Frage nachzugehen, ob *typische Schülerprofile über die verschiedenen Komponenten algebraischen Denkens* zu finden sind.

Literatur

Fritzlar, T. & Karpinski-Siebold, N. (2011). Algebraic thinking of primary students. In B. Ubuz (Ed.), Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (vol. 2, pp. 345-352). Ankara: PME.

Fritzlar, T. & Karpinski-Siebold, N. (2012). Algebraisches Denken und mathematische Begabung im Grundschulalter. In Ludwig, M. & Kleine, M. (Eds.), Beiträge zum Mathematikunterricht (pp. 261-264). Münster: WTM-Verlag.