

Elementare Transferprozesse in der Bruchrechnung

Das Gelingen von Transferprozessen beim Lernen gilt sowohl in der empirischen Lernforschung, als auch insbesondere im schulischen Lernkontext als wesentliches Kriterium für die Permanenz des Gelernten. Tragfähige, hinreichend vernetzte, flexible und bereichsunabhängig aktivierbare Wissensstrukturen zeichnen sich dadurch aus, dass sie auch in unbekanntem wie komplexen Situationen und Lernanforderungen angewandt werden können. So wird die Lösung von Transferaufgaben im schulischen Kontext wie auch in empirischen Studien häufig zur Bewertung des Erfolgs von Lernprozessen herangezogen. Nicht zuletzt aus diesem Grund ist das Ausbleiben von Transfer einer der häufigsten Befunde der psychologischen wie fachdidaktischen Lernentwicklungsforschung.

In Anbetracht der hohen Bedeutungszuschreibung von Transferprozessen für das Lernen, stellt sich eine Antwort auf die Frage, was konkret unter einem Transfer zu verstehen ist, höchst divergent dar. Verallgemeinernde Definitionen, wie etwa von Mähler und Stern (2010, S. 859) beschreiben Transfer als „die erfolgreiche Anwendung angeeigneten Wissens bzw. erworbener Fertigkeiten im Rahmen einer neuen, in der Situation der Wissens- bzw. Fertigungsaneignung noch nicht vorgekommenen, Anforderung“. In der Literatur gibt es jedoch eine Vielfalt von Definitionen und Theorien aus verschiedenen Disziplinen und im Laufe der empirischen Erforschung von Transferprozessen wurde eine Vielzahl von Transferbegriffen vorgeschlagen, die eine Unterscheidung auf einem Kontinuum verschiedener Qualitäten des Transfers in eng umschriebenen Wirkungsdimensionen repräsentieren (eine ausgewählte Übersicht findet sich zum Beispiel bei Mähler & Stern, 2010).

So vielfältig sich die Unterscheidungen zwischen verschiedenen Transferqualitäten darstellen, verhält es sich auch mit theoretischen Erklärungen für erfolgreichen (vgl. z.B. Mähler & Stern, 2010; Steiner, 2006; Goldstone & Day, 2012) und ausbleibenden Transfer. So unterscheidet etwa Renkl (1996) in einem Übersichtsartikel zum Phänomen ausbleibenden Transfers zwischen

- Strukturdefiziterklärungen, die das Ausbleiben von Transfer auf strukturelle Defizite im Wissen zurückführen,
- Metaprozesserklärungen, die eine fehlende Aktivierung von vorhandenen Wissensstrukturen zum Beispiel durch defizitäre metakognitive Steuerungsprozesse erklären und

- Situiertes Wissen, die trügerische Gebundenheit bzw. die Bereichsspezifität des Wissens erklären.

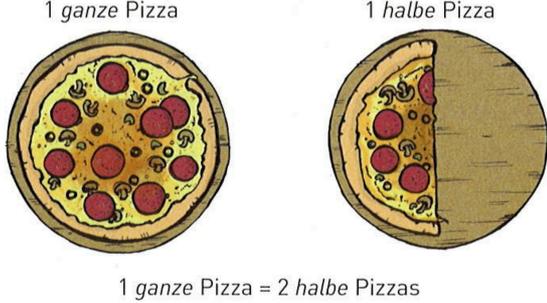
Steiner resümiert in einem Lehrbuchbeitrag zum Transfer, dass „was da wirklich transferiert wird, nicht leicht zu sagen [ist]; die Forschung ist kompliziert, bewegt sich in Mikrowelten und gestattet wenig Verallgemeinerung etwa im Hinblick auf schulische Lernprozesse“ (Steiner, 2006, S. 202). Insbesondere in der experimentalpsychologischen Literatur findet sich eine Vielzahl von Studien zu Transferprozessen mit mathematischen Konzepten als Untersuchungsgegenstand. Die Betrachtung dieser Untersuchungen wirft besonders in einem mathematikdidaktischen Kontext Fragen auf und offenbart Forschungsdesiderata:

- Die psychologische Forschung konzentriert sich häufig auf schematische Inhalte und Problemlösesituationen, wie etwa das Umformen von Gleichungen (vgl. z.B. Sweller & Cooper, 1985) oder der Anwendung von Pfadregeln in der Stochastik. Inwieweit sich jedoch Transferprozesse beim Begriffsverständnis oder bei der Entwicklung tragfähiger inhaltlich mathematischer Vorstellungen vollziehen bleibt weitestgehend offen.
- Die Studien folgen im wesentlichen zwei Paradigmen: Zum einen haben sie einen Laborcharakter und es wird in kontrollierten instruktionalen Settings eine spezifische Verhaltensänderung der Probanden gefordert. Zum anderen bestehen sie in Einzelfallstudien (vgl. z.B. Wagner, 2006), die zum Teil ebenfalls unter Laborbedingungen Wahrnehmungs- und Verhaltensänderungen einzelner Probanden über einen mehrstündigen Lehrgang verfolgen. Die Studien werden zumeist mit Studierenden und nicht mit Schülern durchgeführt. Inwieweit sich die hier gewonnenen Kenntnisse auf einen schulischen Lernkontext übertragen lassen ist nicht geklärt.

Für den Mathematikunterricht können Analysen von Schülervorstellungen auf einer *normativen stoffdidaktischen Ebene*, die im Hinblick auf ein didaktisches Ziel aus inhaltlichen Überlegungen hergeleitet werden und Deutungsmöglichkeiten eines Sachzusammenhangs und dessen inhaltlich mathematischen Kerns beschreiben, erfolgen oder auf *deskriptiver Ebene* Aufschluss über die individuellen und subjektiven Erklärungsmodelle der Schüler geben (vgl. vom Hofe, 1995). In der Forschung dominieren deskriptive Analysen, die Fertigkeiten von Schülern über mathematische Aufgaben erfassen und beschreiben. Insbesondere in Bezug auf Transferprozesse beim Mathematiklernen bilden sich in den Fähigkeitsstrukturen der Schüler zwangsläufig Gegenstandsstrukturen mit ab (vgl. Bauersfeld, 1985), die aus einer stoffdidaktischen Perspektive bisher nicht eindeutig

identifiziert sind. Zudem mangelt es an einer theoretischen Fundierung für die Analyse von Variationen, die eine Aufgabe zu einer Transferaufgabe machen.

Im Folgenden wird exemplarisch anhand eines Beispiels aus der Bruchrechnung veranschaulicht, wie sich Transferprozesse normativ auf drei Ebenen charakterisieren lassen.

<p>Zwei Freunde teilen sich gleichmäßig <i>eine</i> Pizza. Jeder bekommt eine <i>halbe</i> Pizza.</p> <p>a) Wie viel bekommt jeder, wenn sich 3, 4, 5, 6 Freunde eine Pizza teilen? Zeichne auch.</p> <p>b) Wie viele drittel, viertel, fünftel, sechstel Pizzas ergeben jeweils eine ganze Pizza?</p>	 <p>1 ganze Pizza</p> <p>1 halbe Pizza</p> <p>1 ganze Pizza = 2 halbe Pizzas</p>
--	--

Aus: vom Hofe, R. et al. (2012): *Mathematik heute 5*. Braunschweig: Schroedel Verlag, S. 170.

Von dieser Aufgabe ausgehend lassen sich Transferschritte auf der *Ebene des Objekts und der situativen Einbettung*, der *Ebene der Repräsentation* und der *Ebene der zugrunde liegenden Grundvorstellung* im Sinne der konzeptuellen Vorstellungsentwicklung aufzeigen.

Die Pizza als konkreter Gegenstand soll auf zwei Freunde gleichmäßig verteilt werden. Die Anteilbildung erfolgt zunächst auf einer anschaulichen Ebene und ist, obgleich sie in der Aufgabe grafisch vorgegeben wird, an eine konkrete Handlung und einen spezifischen subjektiven Erfahrungsbereich (Bauersfeld, 1985) gebunden. Für einen Transferschritt auf Ebene des Objekts bzw. der Situation könnte die Pizza auch durch eine Torte oder ein Blatt Papier ersetzt werden, ohne dass sich an der primären Handlungsvorstellung etwas ändert. Wird die Pizza jedoch durch eine abstrakte Größe, z.B. eine Strecke mit 1 km Länge, ausgetauscht, ändern sich die situativen Handlungsmöglichkeiten und –einschränkungen (vgl. Greeno, Smith & Moore, 1993). Für die Aufgabenbearbeitung müssen andere spezifische Größenvorstellungen aktiviert werden, und sie ist nicht ohne weiteres an einem konkreten Gegenstand durchführbar.

In Aufgabenteil a) soll die Pizza auf mehr als zwei Personen verteilt werden. Die zugehörige externe Repräsentation soll eigenständig erstellt werden. Eine naheliegende Darstellung wäre an dieser Stelle die Repräsentation als Kreis, der mit Hilfe der Winkelteilung in die entsprechende Anzahl von Teilen zerlegt wird. Ein Transferschritt in Form einer Übersetzung in eine andere Darstellung besteht z.B. in der Wahl eines Rechtecks als Repräsentation der Pizza, wodurch eine gerechte Teilung vereinfacht wird.

Durch eine Übersetzung in ein sprachliches Register (vgl. Duval, 2006) ist die Aufgabe über die Deutung des Nenners als Maßzahl ohne zusätzliche Vorstellungsaktivierung möglich.

Auf der Ebene der zugrundeliegenden Grundvorstellung wird bereits in Aufgabenteil a) ein Transferschritt erfordert, indem das Halbieren einer Pizza auf eine Drei-, Vier-, Fünf- und Sechsteilung erweitert werden muss. Während das Verteilen an zwei und vier Personen durch fortgesetztes Halbieren noch über alltagsgebundene Handlungsvorstellungen erfolgen kann, so sind diese für ein Fünftel oder Sechstel möglicherweise weniger ausgeprägt und erfordern eine schematische Erweiterung der konkreten Handlungsvorstellung. In Aufgabenteil b) wird eine Inversion erfordert, indem nicht mehr von einem Ganzen auf den Teil, sondern von einem Teil auf die Beschaffenheit des Ganzen geschlossen werden muss. Die zugrundeliegende Handlungsvorstellung ist nicht mehr die eines Teilungsprozesses, sondern das Zusammenfügen von gleichen Teilen im Sinne einer fortgesetzten Addition oder der n-fachen Vervielfachung des betrachteten Anteils.

Literaturverzeichnis

- Bauersfeld, H. (1985): Ergebnisse und Probleme von Mikroanalysen mathematischen Unterrichts. In: W. Dörfler & R. Fischer (Hrsg.): *Empirische Untersuchungen zum Lehren und Lernen von Mathematik*. Wien: Hölder-Pichler-Tempsky, S. 7-26.
- Duval, R. (2006): A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. In: *Educational Studies in Mathematics*, 61, S. 103-131.
- Goldstone, R.L. & Day, S.B. (2012): Introduction to „New Conceptualizations of Transfer of Learning“. In: *Educational Psychologist*, 47(3), S. 149-152.
- Greeno, J.G., Moore, J.L. & Smith, D.R. (1993): Transfer of Situated Learning. In: D.K. Dettermann & R.J. Sternberg (Hrsg.): *Transfer on Trial: Intelligence, Cognition, and Instruction*. Norwood: Ablex, S. 99-167.
- Mähler, C., Stern, E. (2010): Transfer. In: D.H. Rost (Hrsg.): *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie*. 4., überarbeitete und erweiterte Auflage. Weinheim, Basel: Beltz, S. 859-869.
- Renkl, A. (1996): Träges Wissen: Wenn Erlerntes nicht genutzt wird. In: *Psychologische Rundschau*, 47, S. 78-92.
- Steiner, G. (2006): Lernen und Wissenserwerb. In: A. Krapp & B. Weidemann (Hrsg.): *Pädagogische Psychologie. Ein Lehrbuch*. 5., vollständig überarbeitete Auflage. Weinheim, Basel: Beltz Verlag, S. 137-202.
- Sweller, J. & Cooper, G. (1985): The Use of Worked Examples as a Substitute for Problem Solving in Learning Algebra. In: *Cognition and Instruction*, 2(1), S. 59-89.
- Vom Hofe, R. (1995): *Grundvorstellungen mathematischer Inhalte*. Heidelberg, Berlin, Oxford: Spektrum Akademischer Verlag.
- Wagner, J.F. (2006): Transfer in Pieces. In: *Cognition and Instruction*, 24(1), S. 1-71.