

Jana KOLTER, Katja EILERTS, Potsdam

„Echtes“ Modellieren – auch in der Grundschule!? Explorative Untersuchung mit Schülern der Klassen 1 bis 5

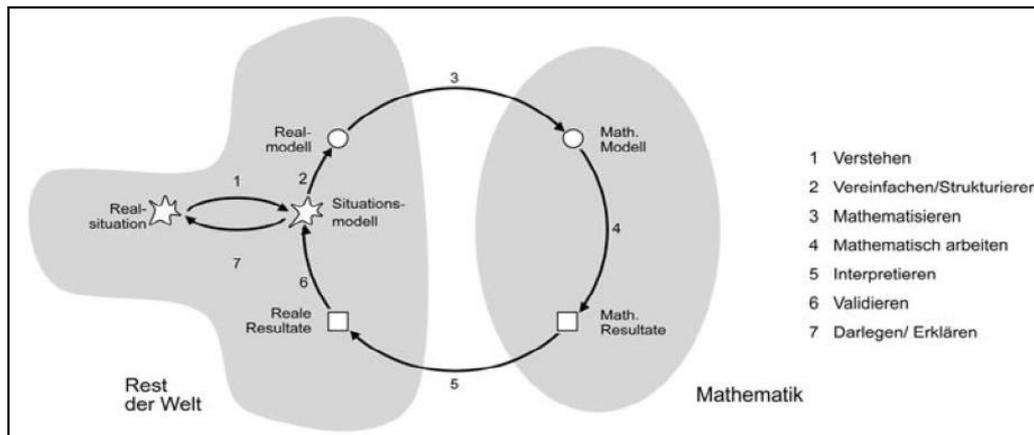
„Beim Modellieren geht es darum, eine realitätsbezogene Situation durch den Einsatz mathematischer Mittel zu verstehen, zu strukturieren und einer Lösung zuzuführen sowie Mathematik in der Realität zu erkennen und zu beurteilen.“ (Blum et al., 2007, S. 40 f.). Modellieren ist eine der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, die Schüler entsprechend der Bildungsstandards während ihrer Schullaufbahn erlangen sollen. Modellieren ist eine sehr komplexe Tätigkeit, dennoch – oder deshalb! – wird befürwortet, ab der ersten Klasse mit entsprechenden Aufgaben zu arbeiten und Modellierungskompetenz zu fördern: Kinder modellieren bereits vor der Einschulung in realen Situationen, gerade zu Schulbeginn gehen sie noch spontan, kreativ und unbefangen an Aufgaben heran. Hier können Sie sich im Argumentieren und Kommunizieren üben und durch die Anbindung an den Sachverhalt und durch enaktives Nachstellen der Situation in Zahlenräumen und mit Operationen agieren, die über den „normalen“ Unterricht weit hinausgehen (Maaß, 2011).

Mit diesem Beitrag möchten wir konkrete Ansätze vorstellen, wie in der Primarstufe „echt“ modelliert werden kann und diskutieren, welchem Aufbau ein Modellierungsunterricht für die Grundschüler folgen kann, um die verschiedenen Teilkompetenzen behutsam anzubahnen und auszubauen.

Modellierungsprozesse und Modellierungsaufgaben

In Beschreibungen von Modellierungsprozessen finden sich mehr oder weniger detailliert unterschiedliche Teilprozesse im ständigen Hin- und Herwechseln zwischen Realität und Mathematik, die die verschiedenen „Stationen“ verbinden und die erst im Zusammenspiel einen vollständigen Modellierungsprozess darstellen. Diese Teilprozesse können auch aufgefasst werden als unterschiedliche Teilkompetenzen, die ein Lernender erlangen muss, um seine (Gesamt-)Modellierungskompetenz auszubilden: *Verstehen* und *Vereinfachen* der gegebenen Realsituation, *Mathematisieren* der Situation, *Interpretieren* und *Validieren* der mathematischen Resultate sowie das *Vermitteln* oder Darlegen der Befunde in einer Antwort (Greefrath et al., 2013). Um eine Modellierungsaufgabe erfolgreich bearbeiten zu können, muss natürlich auch das innermathematische Arbeiten als weiterer Prozess beherrscht werden. Ein verbreiteter Modellierungskreislauf, der eine Schematisierung eines idealtypischen Modellierungsprozesses in sieben Schritten darstellt und der sowohl die Arbeitsvorgänge als auch die (Zwischen-)Produkte beinhaltet, wurde von Blum und Leiss (2005) vorgestellt:

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 643–646).
Münster: WTM-Verlag



Um Schüler an Modellierungsprozesse heranzuführen, erscheint diese sehr detaillierte Aufschlüsselung in Schritte und Stationen sehr komplex und könnte die Kinder eher verwirren und überfordern als unterstützen. Deshalb wurden Schemata entwickelt, die (durch Zusammenlegung der Schritte 1 und 2 sowie der Schritte 5, 6 und 7) in nur 4 Bearbeitungsschritten einen Überblick über den Arbeitsprozess geben und als Orientierung und „Fahrplan“ dienen können – wobei weder der „große“ noch der verkürzte Kreislauf als starrer linearer Prozess verstanden werden darf, sondern als idealtypische Schematisierung von Schritten, die im Echtfall mehrfach, in anderer Reihenfolge mit Sprüngen oder Schleifen durchlaufen werden. Damit alle Teilprozesse tatsächlich angesprochen werden können, braucht es Aufgaben, die diese einfordern und nicht durch einfaches „Entkleiden“ alle notwendigen Zahlen und Rechnungen offenlegen. Bei solchen Aufgaben müssen das Einholen von Informationen und das Treffen verschiedener Annahmen eine Vielfalt erzeugen von Modellen mit den jeweiligen mathematischen Resultaten, die dann wiederum interpretiert, verglichen, validiert und ggf. durch Veränderungen oder Hinzunahme von Annahmen ausgefeilt werden, um zu mathematisch fundierten Aussagen über die gegebene Situation zu kommen. Maaß (2007) beschreibt Modellierungsaufgaben als „Eine komplexe Anforderung – komplex wie im täglichen Leben. (...) So präsentiert sich Mathematik im Leben und genau da sollen die Schülerinnen und Schüler sie erkennen und damit umgehen können“ (ebd., S.11).

Realkontexte zum Modellieren in der Primarstufe

Mit dem Ziel, Kontexte „komplex wie im täglichen Leben“ in die Schule zu tragen, wurde an der Universität Potsdam ein Set von Modellierungsaufgaben entwickelt und in einer explorativen Untersuchung in 10 Grundschulklassen aus dem Potsdamer Umland eingesetzt. Im vorliegenden Beitrag konzentrieren wir uns auf eine Aufgabe, die (nahezu) identisch in drei verschiedenen Klassenstufen (Jahrgang 1, 3 und 5, jeweils gegen Ende des ersten Halbjahres) eingesetzt wurde.

Der gewählte Realkontext ist die Planung eines Klassenausflugs in das Spaßbad „Tropical Islands“. Dieser Kern war für alle Lerngruppen gleich, ebenso die Information, dass eine gewisse Geldsumme zur Verfügung steht, mit der der Ausflug gestaltet werden kann. Für die verschiedenen Stufen gab es dazu verschiedene Angebotsflyer für Eintrittspakete und Zusatzaktionen, die extra zu bezahlen sind. Zusätzlich gab es für die verschiedenen Altersstufen verschiedene Hilfsmittel wie Rechengeld, Chips zum Tauschen, Hilfekarten etc.

Die nachfolgende Übersicht konkretisiert die je gegebenen Informationen:

	Klasse 1	Klasse 3	Klasse 5
Geldsumme	95€	625€	625€ zuz. 25€ je Teilnehmer
Angebote Eintritt	„Der Eintritt ist bereits bezahlt“	Diverse Pakete: Einzel-/ Gruppe Mit/ ohne ausgewählten Zusatzaktionen oder Übernachtung	Diverse Pakete: Einzel-/ Gruppe Mit/ ohne ausgewählten Zusatzaktionen oder Übernachtung
Angebote Zusatzaktionen	Diverse Aktionen; Preis je Aktion je Person 1€	Diverse Aktionen mit verschiedenen Preisen (volle € / 50-Cent-Beträge)	Diverse Aktionen mit versch. Preisen (mit bis zu einer Nachkommastelle)
An-/ Abreise	„Um An-/Abreise kümmert sich die Lehrerin“	Ein DB-Angebot und ein Bus-Fix-Preis als Zusatz	DB-Angebote (Einzel- oder Gruppenreise), Busangebot

Erfahrungen und Diskussion

Schon aus der hier sehr kompakten Übersicht wird deutlich, wieviel Modellierungs-Potential in einer „Planungs-Gelegenheit“ wie dem *Ausflug ins Tropical Islands* steckt. Durch verschiedene Zusatzmaterialien können eine intensive Auseinandersetzung mit dem Kontext sowie die mathematische Bearbeitung unterstützt werden. Für die erste Klasse haben wir sehr positive Erfahrungen gemacht mit kleinen Chips („1€“), die auf die Teilnehmer verteilt und dann individuell gegen einzelne „Eintrittskarten“ für die Aktionen eingetauscht werden. Durch Aufkleben der Eintrittskarten pro Kind oder Gruppe entstehen erste Säulendiagramme, die zu inhaltlichen Diskussionen über die Annahmen („*Viermal Eis? Willst du nicht lieber auch einmal Trampolin?*“) führen. Um die Gesamtzahl der jeweiligen Aktionen in

der Klasse zu ermitteln, haben die Schüler Additionen und Zählungen durchgeführt, die den Arbeitsraum des ersten Schuljahres weit übersteigen. Die Kinder der Klassen 3 und 5 haben keine konkreten Repräsentanten für die Aktionen benötigt, nur einige nahmen (insb. bei Komma-Beträgen) Rechengeld zur Hilfe. Alle Kinder arbeiteten im Größenbereich Geld völlig selbstverständlich mit rationalen Zahlen und führten mit ihnen schriftlich oder halbschriftlich mehrstufige Operationen durch. Einige Fünftklässler erkannten sogar den linearen Zusammenhang zwischen Teilnehmern, Gesamtkapital und Auswirkungen auf die Ausgaben („*Nicht so viele Betreuer! Die bringen nur 25€, kosten aber mehr beim Übernachtungspaket*“).

Durch den Planungs-Charakter nahmen es alle Kinder als völlig selbstverständlich hin, dass unterschiedliche Ergebnisse entstehen können, die alle richtig sind – eine wichtige Erkenntnis beim Modellieren!

Natürlich sind etliche weitere Variationen denkbar. Rückblickend würden wir empfehlen, die Preise für die Sonderaktionen in Klasse 1 zwischen 1€ und 2€ zu variieren und ab Klasse 3 noch zusätzliche Variation durch „Einzel- und Zehnerkarten“ zu eröffnen. Generell lässt sich festhalten, dass hier in einem einzigen Kontext Modellierungsaktivität für alle Altersstufen eröffnet werden. Mit einem einmal erstellten „Materialset“ aus Flyern, „Chips-und-Eintrittskarten-Set“ für Klasse 1 und Rechengeld entsteht ein Aufgabensetting, in dem man – neben der inneren Differenzierung die ohnehin durch die eigenen zu treffenden Annahmen enorm hoch ist – auch als Lehrperson gezielt differenzierend eingreifen kann.

Literatur

- Blum, W. (2011). Can Modelling be taught and learned? Some Answers from Empirical Research. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillmann (Eds.), *Trends in the Teaching and Learning of Mathematical Modelling (ICTMA 14)* (pp. 15–30). Dodrecht: Springer.
- Blum, W., Drüke-Noe, C., Hartung, R., & Köller, O. (Eds.). (2007). *Bildungsstandards Mathematik: konkret: Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichts Anregungen, Fortbildungsideen*. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Blum, W., & Leiss, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der Tanken-Aufgabe. *Mathematik Lehren*, (128), 18–22.
- Greefrath, G., Kaiser, G., Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2013). Mathematisches Modellieren - Eine Einführung in theoretische und didaktische Hintergründe. In R. Borromeo Ferri, G. Greefrath, & G. Kaiser (Eds.), *Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule*.(pp. 11–37). Wiesbaden: Springer.
- Maaß, K. (2007). *Mathematisches Modellieren: Aufgaben für die Sekundarstufe I* (1. Aufl). Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Maaß, K. (2011). *Mathematisches Modellieren in der Grundschule*. Handreichungen des Programms SINUS an Grundschulen. Kiel: IPN.