

Jörg KORTEMEYER, Rolf BIEHLER, Niclas SCHAPER, Paderborn

## **Hilft der sogenannte Modellierungskreislauf Lösungsprozesse bei ingenieurwissenschaftlichen Anwendungsaufgaben besser zu verstehen?**

Im Rahmen des BMBF-Projektes KoM@ING analysieren wir implizite Kompetenzerwartungen in mathemathhaltigen Elektrotechnikaufgaben und reale Lösungsprozesse von Experten und Novizen aus der Elektrotechnik. Gängige Modellierungskreisläufe der Mathematikdidaktik erweisen sich für eine Beschreibung nur als bedingt geeignet.

### **1. Das Projekt KoM@ING und seine Zielsetzungen**

Das Projekt KoM@ING ist ein Unterprojekt der BMBF-Förderlinie Ko-KoHs. Die sechs Teilprojekte von KoM@ING befassen sich mit der qualitativen und quantitativen Modellierung von mathematischen Kompetenzen, die Ingenieurstudierende in der Grundlagenphase (1. bis 3. Semester) und in höheren Veranstaltungen und Laboren (3. bis 6. Semester) benötigen.

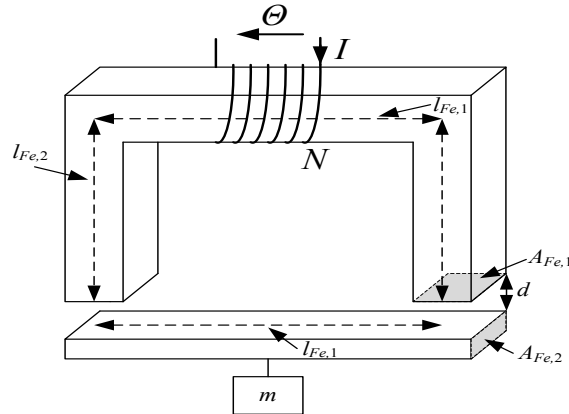
Das Paderborner Teilprojekt von KoM@ING beschäftigt sich mit der Grundlagenphase im Studiengang Elektrotechnik. Hierzu wurden die curricularen Inhalte der Veranstaltungen „Grundlagen der Elektrotechnik“ und „Höhere Mathematik“ universitätsübergreifend analysiert und typische Aufgaben ermittelt. Zu zwei solcher Aufgaben wurden Videostudien mit Studierenden durchgeführt und Klausurbearbeitungen eingescannt. Mittels eines dreiphasigen Experteninterviews wurden zu den Aufgaben normative Kompetenzerwartungen erfasst. In der ersten Phase wird eine Aufgabenbearbeitung durch den Experten aus der Sicht eines Zweitsemesters erstellt. Phase 2 besteht aus einem Durchgehen dieser Bearbeitung zur Klärung weiterer Fragen. Phase 3 beinhaltet eine didaktische Rekonstruktion, d. h. einerseits Erwartungen zum studentischen Lösungsverhalten und andererseits zu didaktischen Absichten des Aufgabenstellers.

### **2. Analyse einer Elektrotechnik-Aufgabe unter Verwendung des Modellierungskreislaufs**

Aus den Experteninterviews wurde eine „Studi-Expert-Lösung“ erstellt. Darunter verstehen wir die bestmögliche Lösung, die mit dem Wissen eines Elektrotechnik-Zweitsemesters erhalten werden kann. Im ersten Schritt orientieren wir uns am Modellierungskreislauf in einer angepassten Form an. Im Unterschied zum Modellierungskreislauf, bei dem die „subjektive Seite“ nur im Situationsmodell aufscheint, identifizieren wir in allen Stufen nötige Wissensressourcen, die für die Bearbeitung der Schritte relevant sind.

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 647–650). Münster: WTM-Verlag

Die vorliegende Aufgabe beschäftigt sich mit einem magnetischen Kreis, der aus zwei Eisenkernen besteht (siehe Skizze). Die unterschiedlichen Längen und Querschnittsflächen der Eisenkerne sind vorgegeben:

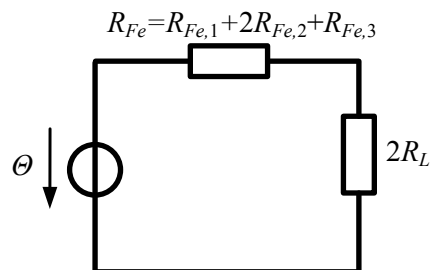


Skizze des magnetischen Kreises mit verschiedenen Längen und Querschnittsflächen

In den ersten beiden Aufgabenteilen sollen ein Ersatzschaltbild skizziert und die magnetische Gesamtreaktanz, also der magnetische Gesamtwiderstand, berechnet werden. Bei der Bearbeitung werden vier Phasen durchlaufen, die im Folgenden näher beschrieben werden.

Im Sinne des Modellierungskreislaufs liegt mit der Skizze bereits ein Realmodell vor, allerdings ist den Studierenden der „Modellcharakter“ in der Regel nicht bewusst: Sie werden in die Benutzung der Realmodelle mit impliziten Idealisierungen und Annahmen hinein sozialisiert. Die Skizzen müssen „gelesen“ werden können; das betrachten wir als typische Kompetenz. Die Skizzen sind konventionalisiert und sind Bestandteil der Darstellungsmittel des Faches. Zusätzlich müssen noch Fachtermini wie z. B. der magnetische Fluss  $\Theta$  verstanden werden. Eine implizite Idealisierung ist hier das ausschließliche Betrachten des magnetischen Verhaltens in einer statischen Situation, wodurch dynamische Effekte wie u. a. der Energieänderung unberücksichtigt bleiben.

In Phase 2 muss die „Methode des Ersatzschaltbilds“ als konventionalisierte Mathematisierungshilfe genutzt werden. Hier sieht dies wie folgt aus:



Ersatzschaltbild zu dem vorliegenden magnetischen Kreis

Im Unterschied zum Modellierungskreislauf wird von den Studierenden nicht erwartet, dass sie selber eine „Realität“ modellieren. Die Idealisierungen bleiben oft implizit. Das Anfertigen einer Skizze kann hier nicht als heuristisches Hilfsmittel interpretiert werden, sondern ist Bestandteil der „graphischen Sprache“ der Elektrotechnik.

In Phase 3 muss eine Reluktanzgleichung zum Ersatzschaltbild aufgestellt werden. Die benötigte Ressource ist hier das Aufstellen eines Sets von Gleichungen zwischen Größen. Insofern findet im Unterschied zum Modellierungskreislauf kein Eintreten in die „Welt der Mathematik“ statt, sondern ein Eintreten in eine „Mathematik der Größen“ mit elektrotechnischer Bedeutung. Dieses Set wird nicht in einem Schritt aufgestellt und dann mathematisch bearbeitet, sondern kontextbezogen ergänzt und verändert. Der Prozess des Aufstellens und des Weiterbearbeitens der Gleichungen ist untrennbar miteinander verwoben. Die Gleichungen als solche sind den Studierenden bekannt, müssen also nicht selber "entwickelt" werden.

In der folgenden Phase 4 wird die Gesamtreluktanz berechnet. Hierzu werden sowohl mathematische als auch elektrotechnische Ressourcen benötigt:

$$\begin{aligned}
 R_{Fe} &= R_{\text{oben}} + 2 \cdot R_{\text{jinks}} + R_{\text{unten}} \\
 &= \frac{1}{\mu} \frac{l_{Fe,1}}{A_{Fe,1}} + \frac{2}{\mu} \frac{l_{Fe,2}}{A_{Fe,1}} + \frac{1}{\mu} \frac{l_{Fe,1}}{A_{Fe,2}} \\
 &= \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-4} \frac{V \cdot s}{A \cdot m}} \frac{0,5m}{0,015m^2} + \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-4} \frac{V \cdot s}{A \cdot m}} \frac{0,3m}{0,015m^2} + \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-4} \frac{V \cdot s}{A \cdot m}} \frac{0,5m}{0,006m^2}
 \end{aligned}$$

Bezüglich der Mathematik gibt es in dieser Phase zwei wesentliche Ressourcen: Einerseits wollen wir von einem „Einheitenmanagement“ sprechen, also dem Umgang mit dem SI-Einheitensystem und den Umgang mit Zehnerpotenzen beim Umrechnen von Einheiten. So treten hier Umformungen zwischen Metern und Quadratmetern auf und es müssen Zentimeter in Meter umgerechnet werden. Andererseits werden auch Umformtechniken und –strategien algebraisch-arithmetischen Bruchtermen genutzt; das bezeichnen wir als „Gleichungsmanagement“.

Aus der Elektrotechnik im engeren Sinne ergeben sich folgende Ressourcen: es muss die Formel zur Berechnung der Reluktanz bekannt sein und auf die Situation angewendet werden. Hierbei muss die Reihenschaltung berücksichtigt werden: die Einzelreluktanzen müssen addiert werden.

In einem weiteren Aufgabenteil soll die magnetische Flussdichte  $b_L$  berechnet werden. Als Ressource wird hier auch das „Gleichungsmanagement“ benötigt: Bei der Bestimmung dieser Größe müssen relevante Größen-Gleichungen herangezogen und zielgerichtet umgeformt werden, um unbekannte aus bekannten Größen zu ermitteln. Eine Ableitung der Gleichung

chung aus theoretischen Zusammenhängen ist nicht nötig, was eine didaktische Reduktion der Übungsaufgabe gegenüber der Vorlesung ist.

$$\begin{aligned}
 b_L &= \frac{N \cdot I}{R_M \cdot A_{Fe,1}} = \frac{100 \cdot 10A}{336,881 \frac{kA}{Vs} \cdot 0,015m^2} = \frac{10^3 A}{336,881 \frac{10^3 A}{Vs} \cdot 0,015m^2} \\
 &= \frac{Vs}{336,881 \cdot 0,015m^2} = \frac{1}{336,881 \cdot 0,015} \frac{Vs}{m^2} = 0,198 \frac{kg}{A^2 \cdot s^2} = 0,198T
 \end{aligned}$$

Nach der Beendigung der Rechnung können mehrere Validierungsstrategien angewendet werden, die auch in realen Lösungsprozessen von Experten und Studierenden beobachtet werden konnten: So ist eine Validierung über die Einheiten ( $T=kg/(As)^2$ ) aber auch über die Größenordnungen des Ergebnisses ( $0T \leq b_L \leq 2T$ ) möglich. Im Unterschied zum Modellierungskreislauf finden weitergehende Validierungen nicht statt, da den Studierenden die Annahmen nicht bewusst sind.

### 3. Weitere Schritte

In den nächsten Schritten soll die Studi-Expert-Lösung unter Verwendung weiterer Perspektiven vertieft kategorisiert werden. Zu diesen Perspektiven zählen Erkenntnistheoretische Spiele (nach Redish, Tuminaro, Bing), Problemlösen (nach Polya) sowie Wissensbestandteile (nach Andersson, Krathwohl). Die Rekonstruktionen des Problemlöseprozesses sollen anschließend mit Elektrotechnik-Experten und Mathematik-Didaktikern validiert werden. Auf dieser Basis werden wir die Problemlöseprozesse (aus Videostudien) und –produkte (aus Klausurbearbeitungen) analysieren.

### Literatur

- Anderson, L. W., Krathwohl, D. R., & Bloom, B. S. (2001). A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives. Allyn & Bacon.
- Bing, T. J. (2008). An epistemic framing analysis of upper level physics students' use of mathematics. ProQuest.
- Kortemeyer, J., Biehler, R., & Schaper, N. Mathematikbezogene Kompetenzmodellierung in der Studieneingangsphase elektrot. Studiengänge im Projekt KoM@ING. Mathematik im Übergang Schule/Hochschule und im ersten Studienjahr, 95.
- Polya, G. (2008). How to solve it: A new aspect of mathematical method. Princeton university press.
- Tuminaro, J., & Redish, E. F. (2007). Elements of a cognitive model of physics problem solving: Epistemic games. Physical Review Special Topics-Physics Education Research, 3(2), 020101.