

Gaby HEINTZ, Hans-Jürgen ELSCHENBROICH, Heinz LAAKMANN,
Florian SCHACHT, Reinhard SCHMIDT

Digitale Werkzeugkompetenzen im Mathematikunterricht

Eine gemeinsame Arbeitsgruppe von MNU und T3 beschäftigt sich seit 2013 mit der Fragestellung, was unter digitalen Werkzeugkompetenzen zu verstehen ist, und konkretisiert ihre Erwartungen entlang von Aufgabenbeispielen (Heintz et al. 2014). Ebenso gibt die Arbeitsgruppe Hinweise dazu, wie Lernende ihren Einsatz von digitalen Werkzeugen im Arbeitsprozess und schriftlichen Überprüfungen dokumentieren.

Werkzeuge spielen eine bedeutsame Rolle im Mathematikunterricht. Mit den Fortschritten in der Mathematik und mit den neuen Werkzeugen änderte sich im Laufe der Geschichte auch der Mathematikunterricht in seinen Zugängen zu Themen, didaktischen Möglichkeiten und letztlich auch in seinen Inhalten. Eine erste Begriffsbestimmung:

„Unter Werkzeug im unterrichtlichen Zusammenhang verstehen wir flexibel einsetzbare Hilfsmittel beim Lehren und Lernen, Lernwerkzeuge also. (...) Gute Lernwerkzeuge sorgen für eine Arbeitserleichterung und ermöglichen bzw. unterstützen wichtige Lernaktivitäten.“ (Elschenbroich 2011)

Im Mathematikunterricht spielen folgende digitale Werkzeuge eine besondere Rolle:

1. Dynamische Geometrie-Software: Konstruktionen und Nutzen von Zugmodus und Ortlinien für Entdeckungen und Analyse
2. Tabellenkalkulation: Rechnen mit Zahlen, Variablen und Formeln, Visualisierung großer Datenmengen in Diagrammen
3. Funktionenplotter: Berechnung und Visualisierung funktionaler Zusammenhänge
4. Computeralgebra: Visualisierung algebraisch bzw. analytisch erzeugter funktionaler Zusammenhänge und Nutzung von Variablen als formale Zeichen (Algebra)
5. Multirepräsentation: Vernetzung obiger Werkzeuge, Erhöhung der methodischen und didaktischen Möglichkeiten.

Die Potentiale digitaler Werkzeuge sind für vielfältige mathematische Gegenstandsbereiche untersucht, unterrichtspraktische Umsetzungsvorschläge sind ebenso umfassend vorhanden. Wenig geklärt ist hingegen die Frage, über welche Werkzeugkompetenzen Schülerinnen und Schüler bei Nutzung digitaler Werkzeuge verfügen sollten, insbesondere zum mittleren Schulabschluss bzw. im Abitur, und was unter Werkzeugkompetenz zu verstehen ist. Vor diesem Hintergrund hat die MNU-T3-Arbeitsgruppe sich für die folgende Arbeitsdefinition von *digitaler Werkzeugkompetenz* entschieden:

Digitale Werkzeugkompetenz bedeutet, mit digitalen Werkzeugen kompetent Mathematik zu betreiben.

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 507–510).
Münster: WTM-Verlag

Dies bringt zum Ausdruck, dass Werkzeuge zielgerichtet und vor dem Hintergrund eines jeweils spezifischen Zwecks, und zwar zur Bearbeitung mathematischer Probleme und zur Unterstützung des Lernens von Mathematik zum Einsatz kommen¹. Je nach mathematischem Gegenstandsbereich und je nach Problemsituation kann die jeweils benötigte Kompetenz dadurch sehr spezifisch sein. Insofern liegen Werkzeugkompetenzen – so wie sie die Arbeitsgruppe versteht – quer zu den inhaltsbezogenen Leitideen der Bildungsstandards. In der Kompetenz K5 wird dazu ausgeführt:

Die Schülerinnen und Schüler können

- mathematische Hilfsmittel und digitale Mathematikwerkzeuge direkt nutzen (AB I)
- mathematische Hilfsmittel und digitale Mathematikwerkzeuge je nach Situation und Zweck gezielt auswählen und effizient einsetzen (AB II)
- die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Verfahren, Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge reflektieren (AB III). (KMK 2012)

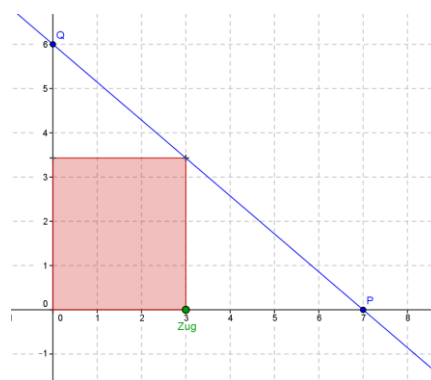
Durch die Nutzung von digitalen Werkzeugen lassen sich durch systematisches Variieren mathematische Zusammenhänge mit Hilfe von Variablen entwickeln und durch die Erzeugung bzw. Visualisierung von Graphen etwa Funktionen, Funktionenscharen oder algebraisch erzeugte Ableitungs- und Integralfunktionen darstellen. Auf diese Weise unterstützen digitale Werkzeuge sowohl inhalts- als auch prozessbezogene Kompetenzen. Heuristische Strategien werden im Sinne der dritten Grunderfahrung nach Winter ermöglicht.

Beispiel: Optimierung (Klasse 8-10)

Eine Gerade schneidet die x -Achse und die y -Achse. Zwischen der Geraden und den beiden Achsen liegt ein Rechteck. Ein Rechteckspunkt soll auf der Geraden liegen und zwei Rechtecksseiten auf den Achsen. Gesucht ist das Rechteck mit maximalem Flächeninhalt.

Eine derartige Aufgabe kann man nutzen, um in das Thema Quadratische Funktionen einzusteigen oder Extremwertaufgaben elementar

ohne Analysis zu bearbeiten bis zu einer Algebraisierung der Zielfunktion. Gegenüber dem händischen Zugang bietet eine Bearbeitung mit digitalen Werkzeugen, insbesondere mit einem Multirepräsentationswerkzeug, einen Mehrwert, weil die Aufgabe zunächst geometrisch erkundet werden kann und dabei auch Werte direkt in die Tabellenkalkulation und einen Funktionsplotter übertragen werden können. Durch Ziehen an den Punkten P und



¹ Unter Werkzeugkompetenz verstehen wir explizit nicht die Bedienung von Geräten und Programmen.

Q auf den Achsen kann auch die Aufgabe variiert werden.

Die folgenden digitalen Werkzeugkompetenzen spielen eine wesentliche Rolle:

Die Lernenden...

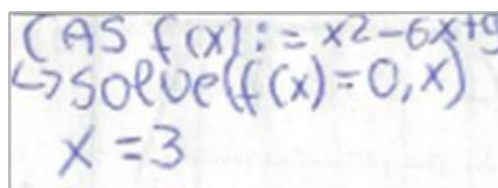
- verwenden dynamische Geometriesoftware als heuristisches Instrument in vorbereiteten digitalen Arbeitsblättern, indem sie durch zielgerichtetes Ziehen das Rechteck schrittweise und langsam verändern und dadurch Muster und wesentliche Eigenschaften quadratischer Funktionen entdecken,
- wechseln unter Anleitung die Darstellungsform (Tabelle, Graph, Term), indem Sie die im DGS erkundete Variation des Rechtecks in die Tabellenkalkulation übertragen und schließlich einen passenden Funktionsterm für den zugrunde liegenden quadratischen Zusammenhang ermitteln,
- stellen Funktionsgraphen mit digitalen Werkzeugen dar (z. B. mit einem Funktionsplotter oder als Ortslinie) und wählen ein passendes Koordinatensystem, indem sie die funktionale Abhängigkeit in einem zweiten Grafikfenster sichtbar machen,
- nutzen digitale Werkzeuge als Kontrollinstanz, indem sie die zum Funktionsterm passende Parabel mit den zuvor ermittelten Wertepaaren abgleichen,
- reflektieren über die Grenzen der unterschiedlichen Darstellungsformen, indem sie den spezifischen Beitrag der einzelnen Darstellungsformen zur Problemlösung benennen und offene Fragen als Ausgangspunkt der Weiterarbeit sammeln.

Dadurch leistet die Problemstellung einen guten Beitrag zur Erreichung der Kompetenzerwartungen zum Ende der Klasse 8, wie sie in der Veröffentlichung der Arbeitsgruppe (Heintz et al. 2014) formuliert werden².

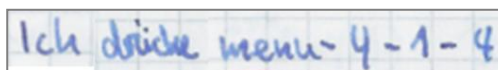
Dokumentation von Bearbeitungsprozessen

Eine wesentliche Herausforderung im Unterricht ist darüber hinaus die Frage, wie Schüler die Aufgabenbearbeitung dokumentieren und damit Einsatz und Nutzen von Werkzeugen auch Gegenstand der expliziten Reflexion durch die Schüler sind.

Zwei typische Beispiele (Einführungsphase Gymnasium) zeigen eine mögliche Spannbreite. Hinsichtlich der Dokumentation mathematischer Kompetenzen machen die Beispiele die Schwierigkeit angemessener Dokumentationen u. a. wegen der zu starken Betonung der CAS-Syntax deutlich.



(CAS $f(x) := x^2 - 6x + 9$)
 $\rightarrow \text{solve}(f(x) = 0, x)$
 $x = 3$



Ich drücke menu-4-1-4

Werkzeugkompetenz und Kommunikation bzw. Dokumentation sind in diesem Sinne auf das Engste miteinander verknüpft. Die Anforderungen an Dokumentationskompetenzen unterscheiden sich dabei in Lern- und Leistungssituationen. Erarbeitet wurden Kriterien für die Nutzung von Fach-

² Dort findet sich eine umfangreichere Liste, die die Erwartungen für das Ende der Jahrgangsstufe 6, 8, 10 und 12 umfasst.

und Werkzeugsprache, die diese Unterscheidung aufgreifen. Lernverlaufsorientierte Gütekriterien berücksichtigen die Tatsache, dass sich bei Lernenden im Mathematikunterricht nicht nur begriffliche Prozesse vollziehen, sondern dass auch der Umgang mit und die Nutzung von Fach- und Werkzeugsprache erlernt werden müssen. Demgegenüber tragen lernstandsorientierte Gütekriterien der Tatsache Rechnung, dass die Dokumentation von Bearbeitungen etwa in zentralen Prüfungen einen höheren Grad an fach- und werkzeugsprachlicher Konsolidiertheit haben sollte als etwa zu Beginn einer Lerneinheit.

Konsequenzen für den Mathematikunterricht

Am ausgeführten Beispiel wird deutlich, wie eng digitale Werkzeugkompetenzen mit den übrigen prozessbezogenen Kompetenzen wie Problemlösen und Argumentieren und Kommunizieren verwoben sind. Erfolgreicher Einsatz digitaler Werkzeuge kann nur dann gelingen, wenn diesem Umstand Rechnung getragen wird und den Unterrichtenden klar ist, dass digitale Werkzeugkompetenz mehr ist als bloße Bedienkompetenz. Dies hat dann auch Konsequenzen im Bereich der Dokumentation.

Die Optimierungsaufgabe zeigt außerdem, dass der Einsatz eines digitalen Lernwerkzeuges einen großen Beitrag zur Begriffsbildung leisten kann, wenn die Lernenden kompetent mit DGS, Funktionenplotter und Tabellenkalkulation umgehen können und der Unterricht nicht einseitig auf eine Darstellungsform fokussiert. So verstanden ergeben sich aus dem sinnvollen Einsatz digitaler Werkzeuge eine Erweiterung der didaktischen und methodischen Möglichkeiten für Lehrende und eine Zunahme möglicher Schüleraktivitäten. Ein echter mathematischer Mehrwert wird insbesondere durch den Einsatz von dynamischen Multirepräsentationswerkzeugen erlebbar, weil hier in unterschiedlichen Repräsentationsmodi gearbeitet werden kann. In der Veröffentlichung der Arbeitsgruppe (Heintz et al. 2014) wird anhand von weiteren Beispielen zu Standardthemen des Mathematikunterrichts gezeigt, welche Werkzeugkompetenzen die Lernenden über die einzelnen Jahrgangsstufen bis zum Abitur erwerben können.

Literatur

- Elschenbroich, Hans-Jürgen (2011): Digitale Medien und Werkzeuge im Mathematikunterricht. In: Elschenbroich/Greefrath (Hrsg.): Mathematikunterricht mit digitalen Medien und Werkzeugen. MV-Wissenschaft, S. 8 -10
- Heintz, Gaby; Elschenbroich, Hans-Jürgen; Laakmann, Heinz; Langlotz, Hubert; Poethke, Mario; Rüsing, Michael; Schacht, Florian; Schmidt, Reinhard; Schmidt, Ulla; Tietz, Carsten (2014): Digitale Werkzeugkompetenzen von Klasse 5 bis zum Abitur. (Erscheint 2014)