

Katharina HOHN, München, Wolfgang SCHNOTZ, Landau

Die Bedeutung der flexiblen Nutzung verschiedener Repräsentationen für das Lösen problemhaltiger Textaufgaben

Flexible Reaktionen auf Anforderungen des alltäglichen Lebens werden häufig als vorteilhaft und erfolgsversprechend erachtet. Dies trifft auch für den Bereich mathematischer Bildung zu. Betrachtet man bspw. das Lösungsvorgehen von Schülerinnen und Schülern bei der Bearbeitung mathematischer (Problem)aufgaben, so wird die flexible Nutzung verschiedener Repräsentationsformen häufig als bedeutsam für den Lösungserfolg diskutiert (z. B. Heinze, Star & Verschaffel, 2009). Nach wie vor gibt es jedoch wenig empirische Befunde zur flexiblen Nutzung von Repräsentationen. Die vorliegende Forschungsarbeit soll diesbezüglich etwas Licht ins Dunkel bringen.

1. Theoretischer Hintergrund

Flexibles Denken und Handeln wird im Rahmen mathematischer Forschung vordergründig anhand von Lösungsstrategien untersucht (z. B. Levine, 1982; Elia, Van den Heuvel-Panhuizen & Kolovou, 2009). Elia und Kollegen (2009) unterscheiden dabei die flexible Nutzung von Strategien zwischen und innerhalb von Aufgaben und konnten in ihrer Forschung zeigen, dass lediglich die flexible Anwendung von verschiedenen Strategien zwischen den Aufgaben bei der Aufgabenbearbeitung förderlich war. Neben der Nutzung verschiedener Strategien wird häufig auch die flexible Verwendung unterschiedlicher Repräsentationen diskutiert (z. B. Kaput, 1987a; Pape & Tchoshanov, 2001).

Repräsentationale Flexibilität kann als Teilkomponente allgemeiner kognitiver Flexibilität aufgefasst werden, welche sich durch „the selection and/or modification of available problem solving techniques, methods, or strategies as a function of changes of the task or situation“ auszeichnet (Krems, 1995, S. 202). Repräsentationen stellen in diesem Zusammenhang jene Formate oder Strukturen dar, auf denen u.a. Strategien operieren (vgl. Tabachneck, Koedinger & Nathan, 1994; Lovett & Schunn, 1999).

Folgende Repräsentationsformen werden in der vorliegenden Forschung unterschieden (vgl. Cox, 1999; Schnotz & Bannert, 2003): ikonische (z. B. Skizzen, Diagramme) und symbolische (z. B. Gleichungen, Formeln) Repräsentationen, sowie externe (z. B. aufgeschriebene Rechnungen) und

interne (z. B. Kopfrechnungen) Repräsentationen. Da mehrschrittige mathematische Textaufgaben eingesetzt wurden, können zwei Formen repräsentationaler Flexibilität unterschieden und näher untersucht werden: die flexible Nutzung von Repräsentationen innerhalb von Aufgaben und die flexible Nutzung von Repräsentationen zwischen Aufgaben.

Zwei Forschungsfragen sollen nachfolgend beantwortet werden: 1) Wie flexibel setzen Schülerinnen und Schüler verschiedener Klassenstufen die Repräsentationsformen ein? und 2) In welchem Zusammenhang steht diese Flexibilität mit dem Lösungserfolg?

2. Methode

Insgesamt 268 Schülerinnen und Schüler aus Grundschulen (3. Klasse: N = 60, 4. Klasse: N = 87) und Gymnasien (6. Klasse: N = 83, 9. Klasse: N = 38) wurden gebeten, vier problemhaltige Textaufgaben (Rasch, 2008) selbstständig zu bearbeiten. Dafür wurde zunächst jeder Schülerin/jedem Schüler die Textaufgabe durch die Versuchsleitung einmal vorgelesen. Im Anschluss daran erhielt die Schülerin/der Schüler das Aufgabenblatt. Dieses konnte verwendet werden, um z. B. Skizzen anzufertigen, Rechnungen oder Gleichungen zu notieren, etc. Des Weiteren konnten die Schülerinnen und Schüler Einerwürfel und Zehnerstangen für die Aufgabenlösung verwenden. Sie konnten frei darüber entscheiden, wie sie die Aufgaben bearbeiten wollten. Durch die Versuchsleitung wurde kein konkretes Vorgehen forciert und es wurden keine Hilfestellungen bei den Aufgabenbearbeitungen gegeben.

Das individuelle Lösungsvorgehen wurde videographiert. Außerdem wurden die Schülerinnen und Schüler nach jeder Aufgabe zu ihrem Lösungsvorgehen mittels retrospektivem, halbstrukturiertem Interview befragt. Dadurch konnten im Besonderen interne Prozesse und Repräsentationen (z. B. Kopfrechnungen) erfasst werden. Die so gewonnenen Daten wurden anhand eines Kodiersystems durch geschulte, unabhängige Beobachter quantifiziert. Als Indikatoren für die Güte der Beobachterübereinstimmungen wurden Intraklassenkorrelationen ermittelt (Wirtz & Caspar, 2002). Diese lagen zwischen .77 und .99, was einer guten bis sehr guten Beobachterübereinstimmung entspricht.

Für die Betrachtung repräsentationaler Flexibilität innerhalb und zwischen den Textaufgaben wurde jeweils ein Kennwert gebildet, welcher zwischen null (gar keine Flexibilität) und eins (maximale Flexibilität) variieren konnten.

3. Ergebnisse

Die mittlere repräsentationale Flexibilität zwischen den Aufgaben war in den betrachteten Klassenstufen wie folgt ausgeprägt: 3. Klasse: $M = 0.16$ ($SD = 0.20$), 4. Klasse: $M = 0.26$ ($SD = 0.18$), 6. Klasse: $M = 0.33$ ($SD = 0.20$) und 9. Klasse: $M = 0.25$ ($SD = 0.16$). Diese Mittelwerte deuten auf ein eher geringes Ausmaß der flexiblen Nutzung von Repräsentationen zwischen verschiedenen Aufgaben hin.

Bei der Betrachtung der mittleren repräsentationalen Flexibilität innerhalb von Aufgaben zeigte sich ein etwas höheres Ausmaß der flexiblen Nutzung von Repräsentationen in den verschiedenen Klassenstufen: 3. Klasse: $M = 0.24$ ($SD = 0.30$), 4. Klasse: $M = 0.33$ ($SD = 0.31$), 6. Klasse: $M = 0.40$ ($SD = 0.26$) und 9. Klasse: $M = 0.48$ ($SD = 0.26$). Innerhalb von Aufgaben nutzten die Schülerinnen und Schüler die verschiedenen Repräsentationen also relativ flexibel.

Da der Lösungserfolg signifikant mit der Klassenstufe zusammenhing ($r = .59$, $p < .01$), Schülerinnen und Schülern mit zunehmender Klassenstufe also immer mehr Aufgaben richtig lösten, wurde die Klassenstufe in den nachfolgenden Analysen als konfundierende Variable berücksichtigt. Hinsichtlich der repräsentationalen Flexibilität zwischen den Aufgaben ergab die Datenanalyse eine signifikante Partialkorrelation zwischen der Flexibilität und dem Lösungserfolg ($pr = .17$, $p = .02$). Die flexible Nutzung unterschiedlicher Repräsentationen je nach Aufgabe ging also mit einem höheren Lösungserfolg einher. Ein solcher Zusammenhang konnte für die repräsentationale Flexibilität innerhalb der Aufgaben nicht nachgewiesen werden ($pr = .01$, $p = .90$). Die flexible Nutzung unterschiedlicher Repräsentationen innerhalb derselben Aufgabe scheint also nicht mit einem höheren Lösungserfolg einherzugehen.

4. Zusammenfassung und Diskussion

Zusammenfassend konnte gezeigt werden, dass repräsentationale Flexibilität bei der Bearbeitung von problemhaltigen Textaufgaben hinsichtlich des Lösungserfolges bedeutsam ist. Repräsentationale Flexibilität scheint jedoch nicht per se erfolgsversprechend zu sein. Die flexible Nutzung von Repräsentationen innerhalb einer Aufgabe war nicht mit einem besseren Abschneiden der Schülerinnen und Schüler bei der Lösung problemhaltiger Textaufgaben verbunden, die flexible Nutzung von Repräsentationen zwischen den Aufgaben hingegen schon. Dieser Befund stimmt mit Ergebnissen zur flexiblen Nutzung mathematischer Strategien überein (Elia et al., 2009).

Bisher lassen sich wenig empirische Forschungsarbeiten ausfindig machen, welche sich dem Thema repräsentationaler Flexibilität widmen. So bedarf es zukünftig weiterer Forschung, um die Bedeutung der flexiblen Nutzung unterschiedlicher Repräsentationen bei der Bearbeitung mathematischer Probleme oder (Text)Aufgaben differenzierter beschreiben zu können. Dies impliziert auch die Validierung der hier berichteten Ergebnisse. Darüber hinaus sollte sich zukünftige Forschung u.a. mit der differenzierten Untersuchung von unterschiedlichen Aufgaben- und Personenmerkmalen befassen und deren Bedeutung für den Einfluss repräsentationaler Flexibilität auf den Lösungserfolg untersuchen.

Literatur

- Cox, R. (1999). Representation construction, externalised cognition and individual differences. *Learning and Instruction*, 9, 343-363.
- Elia, I., Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 41, 605-618.
- Heinze, A., Star, J. R. & Verschaffel, L. (2009). Flexible and adaptive use of strategies and representations in mathematics education. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 41, 535-540.
- Kaput, J. J. (1987a). Representation systems and mathematics. In C. Janvier (Hrg.), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (S. 19-26). London: Lawrence erlbaum associates.
- Krems, J. (1995). Cognitive flexibility and complex problem solving. In P. Frensch & J. Funke (Hrsg.), *Complex Problem Solving: The European Perspective* (S. 201-218). Hillsdale: Erlbaum.
- Levine, D. R. (1982). Strategy Use and Estimation Ability of College Students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(5), 350-359.
- Lovett, M. C. & Schunn, C. D. (1999). Task representations, strategy variability and base-rate neglect. *Journal of Experimental Psychology: General*, 128(2), 107-130.
- Pape, S. & Wang, C. (2003). Middle school children's strategic behavior: Classification and relation to academic achievement and mathematical problem-solving, *Instructional Science*, 31, 419-449.
- Rasch, R. (2008). *42 Denk- und Sachaufgaben. Wie Kinder mathematische Aufgaben lösen und diskutieren*. Seelze: Kallmeyer.
- Schnotz, W. & Bannert, M. (2003). Construction and interference in learning from multiple representation. *Learning and Instruction*, 13, 141-156.
- Tabachneck, H. J. M., Koedinger, K. R. & Nathan, M. J. (1994). Towards a theoretical account of strategy use and sense making in mathematical problem solving. In A. Ram, & K. Eiselt, *Proceedings of the 16th annual conference of the cognitive science society* (S. 836-841). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Wirtz, M. & Caspar, F. (2002). *Beurteilerübereinstimmung und Beurteilerreliabilität*. Göttingen: Hogrefe.