

Brigitte LUTZ-WESTPHAL, Berlin

## **Was macht forschendes Lernen im Mathematikunterricht aus?**

Ein wichtiges Ziel von Mathematikunterricht (MU) sollte sein, dass er ein authentisches Erleben von Mathematik ermöglicht. Dabei soll die Authentizität auf drei Ebenen erreicht werden: in der Begegnung der Lernenden (und Lehrenden) mit Mathematik, in den verwendeten mathematischen Methoden/Arbeitsweisen und in den Inhalten/Kontexten (vgl. Lutz-Westphal, 2006). Forschendes Lernen sollte diesem Anspruch gerecht werden.

### **1. Ein Blick auf die Charakteristik mathematischen Forschens**

Forschendes Lernen in Bezug auf Mathematik zu charakterisieren ist eine schwierige Aufgabe, da mathematische Forschung eher einem kreativen Prozess gleicht als einem festgelegten Ablauf. Aussagen von Mathematiker/innen belegen dies, z.B. schreibt Hardy „mathematicians sit around making patterns of ideas“ (in: Lockhart, 2009, S. 23). Borchers beschreibt das Forschen als ein Herumsuchen: „My own research reminds me of someone picking over a large junkyard to find something valuable that has been overlooked by all the other scavengers. Every now and then one finds a new diamond, but most of the time anything one examines closely is yet another piece of junk“ (in: Cook, 2009, S. 24). Der Ablauf Beobachtung – Hypothese – Planung einer Untersuchung – Durchführung der Untersuchung – Auswertung und Diskussion – Ergebnisse, den man in unterschiedlicher Ausprägung in Forschungskreisläufen für den naturwissenschaftlichen Unterricht findet (z.B. in: Messner (2009), S. 81), lässt sich somit nicht einfach auf den MU übertragen. Dieser kreative Prozess des mathematischen Forschens hantiert mit nicht real existierenden Objekten. Conway beschreibt es so: „What’s the ontology of mathematical things? How do they exist? In what sense do they exist? There’s no doubt that they do exist but you can’t poke and prod them except by thinking about them. It’s quite astonishing and I still don’t understand it, being a mathematician all my life. How can things be there without actually being there?“ (in: Cook, 2009, S. 18). Anders als in den Naturwissenschaften werden Beobachtungen daher meist nicht unmittelbar gemacht, sondern erst durch aktives Erkunden möglich, z. B. durch Erzeugen von vielen Beispielen. Forschendes Lernen im MU sollte das Erkunden besonders betonen und ermöglichen.

### **2. Unverzichtbare Elemente eines forschenden Mathematikunterrichts**

Ein Modell, das forschendes Lernen in der Mathematik beschreibt, kann keinen festgelegten Ablauf vorschreiben. Es gibt aber Elemente, die einem

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 779–782).  
Münster: WTM-Verlag

Unterricht das Charakteristikum des forschenden Lernens erst verleihen. Somit gelingt eine Abgrenzung von verwandten Unterrichtsprinzipien wie z.B. dem entdeckenden Lernen (das im forschenden Lernen durchaus enthalten sein kann) oder dem Projektunterricht. Diese Elemente sind:

- Anregung und Anleitung zum selbstständigen Finden von Fragen,
- der breite Raum für Erkundungen,
- das Öffnen des Unterrichts für fächerübergreifende oder dem Lehrplan vorausgreifende Inhalte,
- das Sichtbarmachen, also „Publizieren“ der erarbeiteten Mathematik,
- sowie die kritische Diskussion der Ergebnisse und Vorgehensweisen.

Dabei darf der Ansatz des forschenden Lernens nicht in der Weise missverstanden werden, dass die Schüler/innen sich vollkommen alleine durch ein Thema bewegen. Ein gut gewählter inhaltlicher Rahmen und Unterstützung durch die Lehrkraft sind – wie in der wissenschaftlichen Forschung – Voraussetzungen für ein erfolgreiches forschendes Vorgehen. Vor allem wird die initiale Fragestellung im Unterricht nur ganz selten von Schülerseite kommen können, sondern meist von der Lehrkraft als Ausgangspunkt für einen dann beginnenden Forscherprozess präsentiert werden.

### **3. Erfahrungen aus dem Programm Mathe.Forscher**

Im Rahmen der wissenschaftlichen Begleitung des Programms Mathe.Forscher (Stiftung Rechnen und Deutsche Kinder- und Jugendstiftung, Beginn 2010, [www.matheforscher.de](http://www.matheforscher.de)), in dem Lehrer/innen sich verpflichten, forschendes Lernen in ihrem MU umzusetzen, wurde das Problem der begrifflichen Ausschärfung besonders deutlich. Die Lehrkräfte gestalteten sehr engagiert meist fächerübergreifenden handlungsorientierten Unterricht, der häufig dem Prinzip des entdeckenden Lernens folgte. Die Frage, ob dieser Unterricht die Kriterien forschendes Lernens erfüllt, führte zu einer ausführlichen Auseinandersetzung mit dieser Problematik und zum Herausarbeiten der unter 2. genannten unverzichtbaren Elemente. Im Folgenden werden zwei dieser Elemente genauer beschrieben: Das Fragenstellen und das Sichtbarmachen der Mathematik.

### **4. Das Fragenstellen lernen als Basis für eine forschende Haltung**

„Anlass forschenden Lernens bieten Widerstände, Phänomene und Probleme, die herausfordern und die es zu überwinden gilt. Im Idealfall stellen die Schüler und Schülerinnen die Fragen [...]“ (Villotti (2010, S. 23). Das Fragen gehört unabdingbar zum Forschen. Ein forschender Blick entlockt auch dem banalsten Gegenstand unerwartete Erkenntnisse und generiert immer neue

Fragen. Substantiell mathematische Fragen zu finden fällt Novizen allerdings oft schwer, daher wird hier eine Heranführung und Unterstützung im Unterricht benötigt. Aber auch die Lehrer/innen, die sich auf den Weg machen, forschendes Lernen zu realisieren, brauchen zunächst oft Anregung zum Fragenstellen. Unterricht, der zum forschenden Lernen anregt, benötigt einen weit tragenden Anfangsimpuls, der das Thema umreißt, der neugierig macht und der im besten Fall erste Fragen provoziert. Um gute Initialfragen für ihren forschenden Unterricht zu finden, können Lehrer/innen mit dem Ansatz der Kernideen aus dem Konzept des dialogischen Lernens arbeiten (Ruf & Gallin, 1998). Kernideen formulieren aus einem persönlichen Blickwinkel heraus zentrale Aspekte eines Themengebietes. Aus Kernideen, die auch das Interesse der Lehrkraft an einem Thema widerspiegeln, können ansprechende, offen gestellte Arbeitsaufträge formuliert werden, die das Fragenstellen der Schüler/innen anregen. Arbeitet man ausgehend von einem solchen Impuls mit Lerntagbüchern, so werden meist von selbst auch die ganz einfachen Fragen, die Schüler/inne/n spontan durch den Kopf gehen, dokumentiert und gewürdigt. Die Ermutigung für diese ersten Fragen ist wichtig und kann durch eine Fragensammlung an einer großen Fragenwand unterstützt werden. Diese kann nach und nach weiter ergänzt, strukturiert und inhaltlich sortiert werden. Ein Werkzeug zum Sortieren von Fragen sowie auch zum Anregen zu weiteren Fragen ist die folgende Liste der Fragentypen im forschenden Lernen:

- **Quantifizierungsfragen** (Wie viel Hagel fällt bei einem Hagelschauer? Wie viel Wasser ist in einem Schwimmbad?)
- **Erkundungsfragen** (Wie verändert sich die Zahlenmauer, wenn ...? Gibt es verschiedene Möglichkeiten, diese Pflastersteine zu verlegen?)
- **Kausalfragen** (Warum darf man nicht durch Null teilen? Warum gibt es keine Pflasterung mit regelmäßigen Achtecken?)
- **Strukturfragen** (Nach welcher Regel ist dieses Muster entstanden? Gibt es wiederkehrende Auffälligkeiten? Wie könnte man eine beobachtete Regelmäßigkeit beschreiben?)
- **Werkzeug-/Methodenfragen** (Mit welchem mathematischen Werkzeug kann man hier weiterkommen? Wie wurde das konstruiert?)
- **Anwendungsfragen** (Wo braucht man lineare Funktionen? Wo finden sich ähnliche Strukturen wieder? Kommt der Satz des Pythagoras auch im täglichen Leben vor?)
- **Kontextfragen** (Aus welchem Anlass wurde früher einmal darüber nachgedacht? Wer hatte die Idee? In welchen gesellschaftlichen und historischen Kontexten spielte das Thema eine Rolle?)

Das vielfältige Fragenstellen sollte mit Hilfe der Fragenwand und der Fragentypen-Liste explizit thematisiert werden. So kann es immer selbstverständlicher werden und sich eine forschende Haltung entwickeln.

## **5. Die erarbeitete Mathematik sichtbar machen**

In einem Unterrichtsdesign, das im oben beschriebenen Sinn das selbstständige Erkunden, Befragen und Erarbeiten in den Mittelpunkt stellt, passiert es leicht, dass am Ende zwar sehr ansehnliche Erkenntnisse und Produkte entstehen, die Mathematik selber aber schließlich in den Hintergrund gerät. Beispielsweise wurde bei den Mathe.Forschern ein Projekt zu Mathematik und Kunst durchgeführt, an dessen Ende eine Ausstellung mit selbst gestalteten Kunstwerken der Schüler/innen stand. Um sowohl den Ausstellungsbesuchern als auch den Schüler/innen selbst zu verdeutlichen, auf welchen mathematischen Überlegungen die gezeigten Kunstwerke basieren, ist es hier, ebenso wie in anderen Unterrichtszusammenhängen notwendig, dass die zugehörige Mathematik dokumentiert und „publiziert“ wird. Durch das gezielte Dokumentieren der im Forscherprozess erarbeiteten Mathematik werden diese Inhalte auch für den weiteren Unterricht verfügbar gemacht. Dies ist insbesondere wichtig, wenn das forschende Lernen innerhalb des Curriculums angewendet werden soll und nicht nur für inhaltliche „Inseln“. Es ist eine Antwort auf die Frage, „[...] wie die Sicherung des Wissens bei den Schüler/innen gelingt. Können sie das Gelernte übertragen und an späterer Stelle wieder in den Zusammenhang bringen?“ (Lehrer/in in interner Unterrichtsdokumentation Mathe.Forscher, 2013). Zudem ergibt sich noch ein weiterer Aspekt. In dem Bemühen, aus den erarbeiteten Erkenntnissen die Mathematik herauszulösen, kann es gelingen, einen Eindruck von der Universalität mathematischer Modelle, Methoden und Beschreibungen zu bekommen, einer charakteristischen Eigenschaft von Mathematik.

## **Literatur**

- Cook, M. (2009). *Mathematicians. An Outer View of the Inner World*. Princeton: Princeton University Press.
- Lockhart, P. (2009). *A Mathematician's Lament: How School Cheats Us Out of Our Most Fascinating and Imaginative Art Form*. New York: Bellevue Literary Press.
- Lutz-Westphal, B. (2006). *Kombinatorische Optimierung. Inhalte und Methoden für einen authentischen Mathematikunterricht*. Dissertation TU Berlin.
- Messner, R. (Hrsg.) (2009). *Schule forscht. Ansätze und Methoden zum forschenden Lernen*. Hamburg: edition Körber-Stiftung.
- Ruf, U. & Gallin, P. (1998). *Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Band 1: Austausch unter Ungleichen*. Seelze: Kallmeyer.
- Villotti, C. (2010). *Forschendes Lernen. Eine Begriffsklärung und Analyse der Anwendbarkeit für den Mathematikunterricht*. Diplomarbeit Universität Wien.