

Andreas OSTERMANN, Timo LEUDERS, Freiburg

Die Rolle schwierigkeitsgenerierender Merkmale bei der Schwierigkeitseinschätzung von Aufgaben zum Funktionalen Denken

Theoretischer Hintergrund und Fragestellung

Adaptives Unterrichten setzt bei Lehrkräften die Fähigkeit zur Einschätzung von Lernvoraussetzungen als eine wesentliche Facette fachdidaktischer Kompetenz (PCK) voraus. In der Schulpraxis sollte sich diese Art diagnostischer Fähigkeit u.a. darin manifestieren, dass Lehrkräfte in der Lage sind, Lern- und Aufgabenanforderungen, spezifische Schwierigkeiten und Bearbeitungszeiten adäquat einzuschätzen (Anders et al. 2010). Als Indikator hierfür gilt nach Helmke und Schrader (1987) die angemessene Schätzung von erwarteten Lösungshäufigkeiten in einer Lerngruppe (*Niveauelemente*), sowie die Angabe einer angemessenen Schwierigkeitsrangfolge von Aufgaben (*Rangkomponente*). Studien belegen jedoch erhebliche Fehleinschätzungen bei der Beurteilung von Aufgabenschwierigkeiten: Nathan und Koedinger (2000) ließen angehende und berufserfahrene Mathematiklehrkräfte eine Reihe arithmetischer und algebraischer Aufgaben danach beurteilen, wie schwer diese Lernenden vermutlich fallen und stellten fest, dass deren Einschätzungen sehr stark von der empirisch ermittelten Schwierigkeit abwichen. Sie interpretierten ihre Befunde als Evidenz für einen sogenannten *Expert-Blind-Spot*: Hohes Fachwissen erschwerte es den Lehrkräften, sich in die Perspektive der Schülerinnen und Schüler hineinzusetzen.

Über die rein fachlichen Schwierigkeiten (theoretische Aufgabenkomplexität) hinaus zeigen Schüler im Umgang mit Funktionen typische Fehler, die von Fehlannahmen bzw. Alltagsvorstellungen herrühren. Constantia Hadjidemetriou (2009) nennt u.a. folgende Fehlertypen, die dem korrekten Lösen einer Aufgabe manchmal im Wege stehen: *Vermeidung negativer Koordinatenbereiche, Neigung zur Linearität und zu glatten Kurven, Neigung zu Ursprungsgraphen, Graph-als-Bild-Fehler, Probleme mit außergewöhnlichen Skalen*.

Die hier vorliegende Studie untersucht, ob und inwieweit sich die Schwierigkeitseinschätzung von Aufgaben zum Thema „Funktionale Zusammenhänge“ durch die Vermittlung von fachdidaktischem Wissen zu typischen Fehlvorstellungen verbessern lässt und ob diese Art von Wissen mehr bewirkt als eine reine Sensibilisierung für Verschätzungen im Sinne des Expert-Blind-Spots.

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 875–878).
Münster: WTM-Verlag

Methode

110 Studierende der Pädagogischen Hochschule Freiburg (davon 81w) wurden randomisiert auf drei Gruppen verteilt: *Fachdidaktikgruppe*, *Sensibilisierungsgruppe*, *Kontrollgruppe*. Die gesamte Studie wurde an Computerarbeitsplätzen in Form eines Online-Fragebogens durchgeführt. Das Design folgt dem einer typischen Interventionsstudie: Sowohl im Prä- als auch im Posttest wurden zu 10 graphische Aufgaben mit einer mittleren empirischen Lösungshäufigkeit 49.86% (SD=22.06%) erwartete Lösungshäufigkeiten für eine repräsentative achte Klasse des Gymnasiums sowie die Schwierigkeitsrangfolge der Aufgaben geschätzt.

Im Interventionsteil wurde der *Fachdidaktikgruppe* fachdidaktisches Wissen über schwierigkeitsgenerierende Merkmale und typische Fehlvorstellungen von Schülern (nach Hadjidemetriou) präsentiert und in Textform erläutert. Daraufhin erhielten die Teilnehmer folgende Aufgaben: 1. Beurteilung der Relevanz dieser Fehlvorstellungen für die Schwierigkeit von Aufgaben zum Thema „Funktionale Zusammenhänge“ generell (Likert-Skalen). 2. Beurteilung der Relevanz dieser Fehlvorstellungen für fünf neue graphische Aufgaben (Likert-Skalen). Nicht alle diese Aufgaben enthielten waren anfällig für die Fehlvorstellungen. 3. Nennen von eventuellen Schwierigkeiten dieser neuen Aufgaben (offene Texteingabe). 4. Erklärung über mögliches Zustandekommen von Lösungshäufigkeiten zu drei graphischen Items (offene Texteingabe). 5. Beurteilung der Relevanz der Fehlvorstellungen in der eigenen Schulzeit in Form einer Selbstreflexion (Likert-Skalen).

Die in der Intervention erhobenen Daten wurden nicht ausgewertet. Die Fragen im Interventionsbaustein dienten lediglich dem Ziel, dass sich die Probanden intensiv mit den Inhalten beschäftigen.

Die *Sensibilisierungsgruppe* wurde im Interventionsteil lediglich durch folgenden Textbaustein für den Expert-Blind-Spot sensibilisiert:

„Zahlreiche empirische Studien haben ergeben, dass Lehrkräfte bei der Beurteilung von Aufgabenschwierigkeiten teilweise zu erheblichen Fehleinschätzungen neigen. Dies ist auf ihr breit gefächertes und reichhaltig vernetztes Fachwissen zurück zu führen. Die Lehrkräfte unterliegen der sogenannten "Illusion der Einfachheit" und schätzen die Aufgaben meistens leichter ein, als sie den Schülerinnen und Schülern tatsächlich fallen. Sie werden nun gebeten, die Aufgaben vom Beginn des Fragebogens erneut einzuschätzen.“

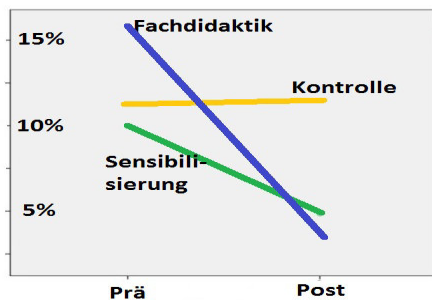
Die **Kontrollgruppe** erhielt zwischen Prä- und Posttest keinerlei inhaltliche Information, jedoch erhielten die Kontrollgruppe sowie die Sensibilisierungsgruppe nach dem Posttest den Interventionsbaustein mit dem fachdidaktischen Wissen nach zur Gleichbehandlung der Gruppen.

Ergebnisse

Sowohl die Überschätzungen der Lösungshäufigkeiten in Prozent (Ordinate in Abb.1), wie auch die Fisher-Transformierten der Rangkorrelationen der geschätzten Schwierigkeitsrangfolge mit der empirischen Schwierigkeitsrangfolge (Ordinate in Abb.2) zeigten sich im Kolmogorov-Smirnof-Test sowohl im Prä- als auch im Posttest als hinreichend normalverteilt, sodass parametrische Analyseverfahren angewandt werden konnten:

Niveauekomponente:

Zur Analyse der Veränderung der Niveauekomponente im Prä-Postvergleich in den drei Gruppen wurde eine Varianzanalyse mit Messwiederholung durchgeführt. Es zeigte sich eine Verbesserung der Niveauekomponente (Überschätzung der Lösungshäufigkeit in Prozent) sowohl in der Fachdidaktikgruppe als auch in der Sensibilisierungsgruppe, wie in Abb. 1 zu erkennen ist. In der Kontrollgruppe blieb die Niveauekomponente im Prä- Postvergleich konstant:

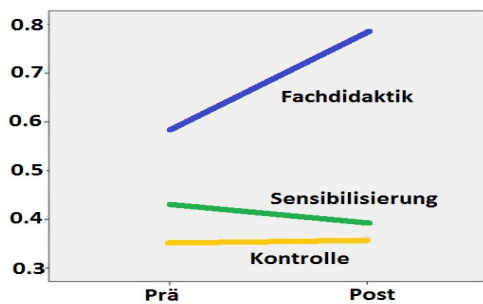


Haupteffekt (Faktor x Messzeitpunkt) in ANOVA mit Messwiederholung: $F=54.583$, $p=0.000$, part. $\eta^2=0.344$. Interaktionseffekt (Messzeitpunkt x Gruppe): $F=23.400$, $p=0.000$, part. $\eta^2=0.310$.

Abb.1.: Niveauekomponente

Rangkomponente:

Um die Veränderung der Rangkomponente in den drei Gruppen zu messen, wurde auch hier eine Varianzanalyse mit Messwiederholung durchgeführt. Es zeigte sich nur in der Fachdidaktikgruppe eine Verbesserung der Rangkomponente, wie in Abb.2 zu erkennen ist. In der Sensibilisierungsgruppe und in der Kontrollgruppe blieb die Rangkomponente konstant.



Haupteffekt (Faktor x Messzeitpunkt) in ANOVA mit Messwiederholung: $F=4.697$, $p=0.032$, part. $\eta^2=0.043$. Interaktionseffekt (Messzeitpunkt x Gruppe) : $F=7.43$, $p=0.001$, part. $\eta^2=0.126$.

Abb. 2.: Rangkomponente

Zusammenfassung

In einer Interventionsstudie wurde die Wirkung verschiedener Treatments auf die Schwierigkeitseinschätzung von Aufgaben zum Funktionalen Denken untersucht. Es zeigte sich, dass die Vermittlung von Wissen über schwierigkeitsgenerierende Merkmale und typische Fehlvorstellungen von Schülern sowohl die Schätzung realistischer Lösungshäufigkeiten als auch der Schwierigkeitsrangfolge verbessert. Eine reine Sensibilisierung für Verschätzungstendenzen im Sinne des Expert-Blind-Spots lässt die Rangkomponente unbeeinflusst. Die Probanden scheinen das neu erworbene fachdidaktische Wissen über Fehlvorstellungen in ihr bereits vorhandenes Wissen über die rein mathematisch konzeptuelle Schwierigkeit einer Aufgabe auf eine Weise integriert zu haben, die eine deutlich bessere Einschätzung von Aufgabenschwierigkeiten auf verschiedenen Ebenen ermöglicht. Das Wissen über Fehlvorstellungen spielt damit eine Schlüsselrolle in diesem Integrationsprozess schwierigkeitsgenerierender Merkmale bei der Einschätzung von Aufgabenschwierigkeiten im Bereich der funktionalen Zusammenhänge.

Literatur

- Anders, Y., Kunter, M., Brunner, M., Krauss, S., & Baumert, J. (2010). Diagnostische Fähigkeiten von Mathematiklehrkräften und ihre Auswirkungen auf die Leistungen ihrer Schülerinnen und Schüler [Mathematics teachers' diagnostic skills and their impact on students' achievements]. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 57, 175–193
- Hadjidemetriou, Constantia; Williams, Julian (2001): "Children's graphical conceptions: assessment of learning for teaching." In: Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol. 3, S. 89-104.
- Nathan, Mitchell J., and Kenneth R. Koedinger. "An investigation of teachers' beliefs of students' algebra development." *Cognition and Instruction* 18.2 (2000): 209-237.
- Schrader, F.-W. & Helmke, A. (1987). "Diagnostische Kompetenz von Lehrern: Komponenten und Wirkungen." *Empirische Pädagogik*, 1, 27–52