

Jörg RAPP, Melanie PLATZ, Matthias GRÖBLER, Engelbert NIEHAUS,
Landau

Möglichkeiten zur Visualisierung von Risikofunktionen im Dreidimensionalen

1. Einleitung

Schülerinnen und Schüler (SuS) der Sekundarstufe (Sek) 1 werden sowohl im Schulunterricht (Praxis Geographie 2013) als auch im außerschulischen Bereich mit dem Begriff des Risikos konfrontiert. Die genaue Bedeutung des Begriffs wird dabei meist nicht geklärt, bzw. der Begriff teilweise in einem falschen Kontext verwendet. Darüber hinaus existieren zahlreiche verschiedene Definitionen des Begriffs, nahezu jede wissenschaftliche Disziplin hat eine eigene Definition (Banse 1996). Somit wird es für SuS im Alltag schwierig, den Begriff des Risikos richtig einzuordnen und anzuwenden.

Aufgrund der Relevanz und der häufigen Konfrontation der SuS mit diesem Begriff scheint es sinnvoll zu sein, dass der Begriff des Risikos auch im mathematischen Kontext thematisiert wird. Darüber hinaus bietet der Begriff des Risikos und seine Definition die Möglichkeit ein Thema im Unterricht fächerübergreifend zu behandeln sowie eine erste Einführung bzw. das Beispiel einer praktischen Anwendung von mathematischer Theorien, wie etwa der Wahrscheinlichkeits- oder der Integralrechnung, zu geben.

In diesem Artikel wird eine Methode vorgestellt, durch deren Anwendung der Risikobegriff und die Risikowahrnehmung bei SuS durch die Visualisierung bzw. Modellierung einer dreidimensionalen Risikofunktion geschärft werden kann.

2. Risikobegriff und Definition

Es existieren zahlreiche Definitionen für den Begriff des Risikos, der Großteil dieser basiert jedoch nach Banse (1996) auf folgender Grunddefinition:

$$\text{Risiko} = \text{Eintrittswahrscheinlichkeit} \cdot \text{Ausmaß}$$

Das Risiko lässt sich über das Produkt aus der Eintrittswahrscheinlichkeit eines Ereignisses und des zu erwartenden Ausmaßes berechnen. Das Risiko besitzt darüber hinaus meist eine räumliche Komponente (Brugnot 2010). Die räumliche Komponente des Risikos lässt sich dadurch erklären, dass sowohl die Eintrittswahrscheinlichkeit als auch das Ausmaß ortsabhängig sind.

Der Ort lässt sich beispielsweise in Form von Koordinaten als Längen- und

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 939–942).
Münster: WTM-Verlag

Breitengrade ausdrücken. Dadurch entstehen dreidimensionale Risikofunktionen, wobei die X- und die Y-Achse die geografischen Koordinaten und die Z-Achse den Grad des Risikos wiedergeben.

Das Risiko, dem eine Person beim Gang entlang eines Weges γ ausgesetzt ist, lässt sich über das Wegintegral berechnen (Jonkman et al. 2003). Diese Methode ist jedoch für SuS der Sek 1 aufgrund der fehlenden Kompetenzen zur Integralrechnung und für SuS der Sek 2 aufgrund der fehlenden Kompetenzen zur mehrdimensionalen Integralrechnung nicht anwendbar, weshalb im Schulunterricht andere Methoden zur Bestimmung des Risikos notwendig sind.

3. Praktische Durchführung einer Methode zur Behandlung des Risikobegriffs im Unterricht

Zur Durchführung dieser Methode wird zum einen ein möglichst transparenter Behälter, wie beispielsweise eine durchsichtige Plastikbox, benötigt. Der Behälter wird mit einer leicht formbaren Masse befüllt, mit der sich dann eine dreidimensionale Risikofunktion modellieren lässt. Diese Risikofunktion ordnet jedem Punkt (x,y) das Risiko $R(x,y)=z$ zu. Als formbarer Feststoff kann dabei beispielsweise weiche Knete, angefeuchteter Sand, oder wassersaugfähiges Granulat benutzt werden. Wichtig ist dabei, dass der Feststoff nach der Modellierung des dreidimensionalen Graphen der Risikofunktion seine Form beibehält. Weiterhin wird noch Papier bzw. leicht formbare Pappe, Stifte, eine Schere, eine Küchenwaage sowie ein Lineal bzw. Geodreieck benötigt. Zur Modellierung der Risikofunktion kann als Vorlage eine reale Risikokarte benutzt werden, beispielsweise eine Erdbebenrisikokarte.

Vor der Durchführung der im Folgenden vorgestellten Methode sollten zunächst die Begriffe Risiko, Wahrscheinlichkeit und Ausmaß mit den SuS geklärt werden. Dies kann fächerübergreifend anhand von aktuell im Unterricht behandelten Themen wie beispielsweise Vulkanismus, Erdbeben oder Radioaktivität geschehen. Weiterhin muss der räumliche Charakter des Risikos erläutert und geklärt werden sowie gemeinsam mit den SuS Überlegungen angestellt werden, wie eine Risikofunktion aussehen könnte, bzw. wie die räumliche Verteilung des Risikos enaktiv mit der Modelliermasse visualisiert werden kann.

Vor der Modellierung der Risikofunktion muss die leicht formbare Masse in den durchsichtigen Behälter gefüllt werden. Anschließend kann die dreidimensionale Risikofunktion modelliert werden. Um dieses zu modellieren kann beispielsweise eine Holzspatel benutzt werden. In Regionen, in denen ein hohes Risiko vorherrscht, befinden sich Berge bzw. lokale Maxima, in

den Regionen mit geringem Risiko Täler bzw. lokale Minima. Eine reale Karte kann unter den Behälter gelegt werden, was für SuS eine Hilfestellung darstellen kann.

Ein möglicher Weg durch das Risikogebiet sollte nun von den SuS bestimmt werden. Bei der Festlegung des Weges können konkrete Aufgaben gestellt werden, beispielsweise dass eine Person von einem gegebenen Ort A zu einem festgelegten Ort B, unter der Annahme einer möglichst geringen Risikoexposition, gehen muss.

Im nächsten Schritt müssen der festgelegte Start- und Endpunkt sowie der Verlauf des Weges mithilfe einer Holzspatel oder eines anderen Gegenstandes markiert werden. Darauf hin wird das Papier bzw. die Pappe entlang des vorgezeichneten Weges orthogonal zur Bodenfläche des Behälters in die formbare Masse bis zum Grund des Behälters gedrückt und im Anschluss wieder herausgezogen. Als Ergebnis erhält man auf dem Papier den Verlauf der Risikofunktion entlang des ausgewählten Weges, projiziert auf eine Ebene. Für die weiteren Arbeitsschritte zur Bestimmung des Grads des Risikos sollte der Verlauf der Risikofunktion auf dem Papier mit einem Stift nachgezeichnet werden.

Die Flächeninhaltsbestimmung kann nun auf unterschiedlichen Wegen durchgeführt werden. Zum einen lässt sich die Flächeninhaltsbestimmung durch Einführen der Begriffe der Ober- bzw. Untersumme und deren Anwendung bewerkstelligen. Für eine weitere Methode zur Bestimmung des Flächeninhalts muss das Papier entlang des eingezeichneten Funktionsverlaufes abgeschnitten und darauf hin der eingefärbte Teil des Papiers gewogen werden. Anhand der Masse des Papierstücks und der Angabe zur Dichte des Papiers lässt sich somit der Flächeninhalt direkt berechnen.

Im Anschluss an die Durchführung der vorgestellten Methode sollte im Unterricht eine Nachbereitung durchgeführt werden. Dabei können die von den SuS ermittelten Ergebnisse bei unterschiedlicher Wegführung verglichen, erklärt und diskutiert werden. Darüber hinaus kann über konkrete, in der Praxis anwendbare, Methoden zur Risikominimierung diskutiert werden. Ein weiterer Punkt in der Nachbereitung könnte beispielsweise sein, mit welcher Methode bzw. welchem Algorithmen bei gegebenem Start und Endpunkt ein Weg mit einem möglichst geringen Risiko gefunden werden kann.

4. Erworbene Kompetenzen der SuS

Die teilnehmenden SuS machen Erfahrungen mit mehrdimensionalen Funktionen auf enaktiver Ebene, ohne die symbolische Ebene explizit zu behandeln. Der geometrische Zugang zielt auf das räumliche Vorstellungs-

vermögen und nutzt die Vorerfahrung mit geografischen Karten und Höhenmodellen auf Landschaftsebene.

Weiterhin werden Inhalte aus den Bereichen Integralrechnung, mehrdimensionale Analysis und Stochastik didaktisch reduziert und propädeutisch in enaktiver Form behandelt.

Durch das Anwenden der vorgestellten Methode kann Mathematik mit einer konkreten naturwissenschaftlichen Aufgabenstellung verbunden werden und Beispiele für die praktische Anwendung und die Relevanz der Mathematik bei der Erarbeitung von Lösungsansätzen aufgezeigt werden.

5. Ergebnisse

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die vorgestellte Methode eine didaktische Reduktion von komplexen, mathematischen Inhalten unter Verwendung geografischer Vorerfahrung mit Karten und Höhenmodellen ermöglicht. Themen der Integralrechnung oder Stochastik werden dabei enaktiv anhand eines praktischen Beispiels zur Risikoverteilung behandelt.

Weiterhin wird mit den SuS ein Risikobegriff erarbeitet, welcher innermathematische Aspekte behandelt und im außerschulischen Bereich für räumliche Entscheidungen relevant ist. Der Risikobegriff bleibt nicht mehr abstrakt und bekommt eine mit den Händen modellierbare konkrete Form.

Darüber hinaus kann Unterrichtsstoff fächerübergreifend erarbeitet werden. Idealerweise werden diese Themen mit den SuS in einer Projektwoche behandelt.

Letztendlich bietet die vorgestellte Methode eine didaktischen Reduktion der Integralrechnung in der Sek 1, in einer enaktiven und ikonischen Form.

Literatur

Praxis Geographie (2013). *Vulkanismus und Risiko - Eine Lerneinheit in Modulen*, Heft 2/2013. Braunschweig: Westermann Schulbuchverlag.

Banse, G. (1996). *Risikoforschung zwischen Disziplinarität und Interdisziplinarität: Von der Illusion der Sicherheit zum Umgang mit Unsicherheit*. Berlin: Edition Sigma.

Brugnot, G. (Ed.). (2010). *Spatial Management of Risks* (Vol. 48). John Wiley & Sons.

Jonkman, S. N., Van Gelder, P. H. A. J. M., & Vrijling, J. K. (2003). An overview of quantitative risk measures for loss of life and economic damage. *Journal of Hazardous Materials*, 99(1), 1-30.