

Timo REUTER, Landau

Problemhaltige Textaufgaben – welche Repräsentation hilft Grundschulern? Tabellen und Zeichnungen im Vergleich

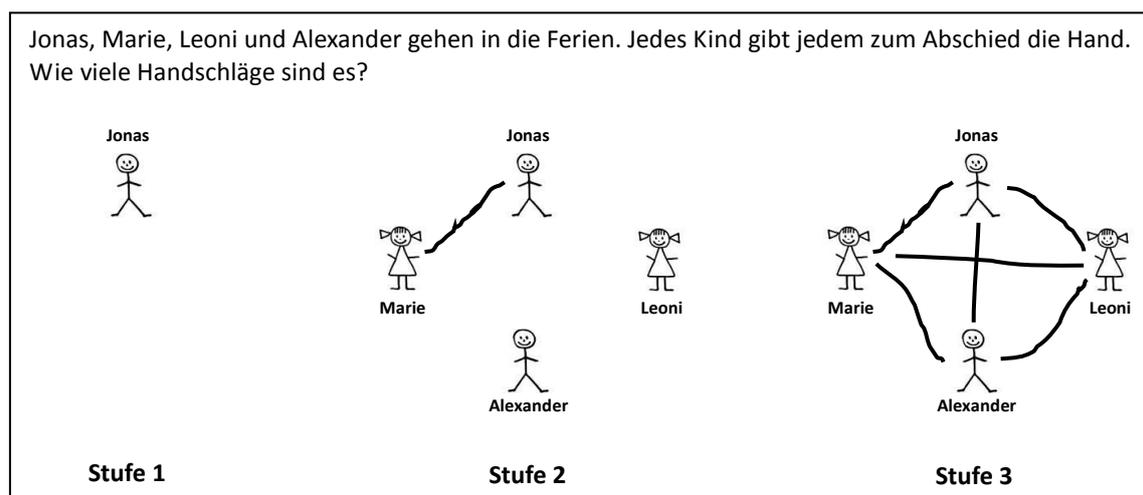
Sowohl Problemlösen als auch das Darstellen mathematischer Inhalte zählen laut Bildungsstandards für die Primarstufe zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen, die am Ende der vierten Jahrgangsstufe den Schülerinnen und Schülern vertraut sein sollen. Die Beschäftigung mit problemhaltigen Textaufgaben im Unterricht berührt beide Kompetenzbereiche und eignet sich daher für die Vermittlung und Übung beider Kompetenzen. Problemhaltige Textaufgaben zeichnen sich u.a. dadurch aus, dass sich der Lösungsweg nicht auf einen Blick erschließt, die mathematische Grundstruktur zunächst erschlossen, entfaltet und verstanden werden muss und häufig mehrere Aufgabenbedingungen bei der Planung und Beschreibung des Lösungswegs bedacht und verarbeitet werden müssen (Rasch, 2001, S. 26). Einfache Verrechnungsstrategien der im Aufgabentext gegebenen Zahlen führen nicht zum Erfolg. Vielmehr muss der Problemlöser ein adäquates mentales Modell der im Aufgabentext beschriebenen Situation konstruieren, ein mathematisches Modell aufstellen, dieses ausführen und das Ergebnis auf die Situation des Aufgabentexts zurückbeziehen (Verschaffel, Greer & De Corte, 2000). Um diesen komplexen Anforderungen begegnen zu können, benötigen Grundschüler die Fähigkeit, das Problem adäquat zu repräsentieren. Dabei können verschiedene Darstellungsformen wie Tabellen oder Zeichnungen verwendet werden, die dann als kognitive Werkzeuge zur Lösungsfindung dienen. Externe Repräsentationen entlasten das Arbeitsgedächtnis und ermöglichen in einem dynamisch iterativen Prozess einen ständigen Abgleich des flüchtigen mentalen Modells der Aufgabensituation mit den externalisierten Informationen (Schnotz, Baadte, Müller & Rasch, 2011). Empirische Untersuchungen zu problemhaltigen Textaufgaben zeigen aber, dass (Grund)Schüler/innen häufig keine externen Repräsentationen erstellen (Elia, Van den Heuvel-Panhuizen & Kolovou, 2009; Groß, 2013; Hohn, 2012). Ein Training zur Verwendung vorgefertigter Repräsentationen, wie z.B. Zeichnungen, die Teil-Ganzes-Beziehungen abbilden, kann hingegen den Lösungserfolg – zumindest bei Routine-Arithmetik-Aufgaben – steigern (Bovenmeyr Lewis, 1989; Ng & Lee, 2009; Willis & Fuson, 1988).

In der hier skizzierten empirischen Studie sollen vorgefertigte Repräsentationen als kognitive Hilfsmittel von Viertklässlern bei der Bearbeitung problemhaltiger Textaufgaben untersucht werden. Es werden zwei unterschiedliche Repräsentationsformate verwendet: Tabelle und Zeichnung.

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 967–970).
Münster: WTM-Verlag

Beide gelten als heuristische Hilfsmittel im mathematischen Problemlöseprozess (Bruder & Collet, 2011). Die Studie verfolgt zwei zentrale Fragestellungen. Erstens: Wie beeinflusst das Angebot vorgefertigter Tabellen und Zeichnungen die Performance der Schüler/innen beim Lösen der Aufgaben (*Performance-Fragen*)? Zweitens: Wirkt sich die Auseinandersetzung mit vorgefertigten Tabellen und Zeichnungen auch auf das eigenständige Erstellen externer Repräsentationen aus (*Transfer-Fragen*)? Hinsichtlich der *Performance-Fragen* soll etwa beleuchtet werden, ob die Schüler/innen die vorgefertigten Repräsentationen nutzen, inwiefern diese den Lösungsprozess erleichtern und ob – je nach Aufgaben- und Schülermerkmalen – die Tabelle oder die Zeichnung zur besseren Performance führt. Nach dem integrierten Modell des Text- und Bildverstehens von Schnotz (2005) wird eine Zeichnung über den bildlichen Kanal verarbeitet, der direkt zu dem für den Lösungserfolg bedeutsamen mentalen Modell führt. Vor allem Schüler/innen mit Schwierigkeiten beim Textverständnis dürften bei ihrer Konstruktion eines mentalen Modells von einer bildlichen Quelle neben der textlichen Information profitieren (Schnotz, 2005, S. 62). Die Tabelle hingegen dürfte für solche Schüler/innen hilfreich sein, die bereits mit der textlichen Information ein adäquates mentales Modell bilden können, da sie ein strukturiertes und systematisches Lösungsvorgehen ermöglicht. Wie aber müssen die vorgegebenen Tabellen und Zeichnungen aussehen? Die skizzierte Studie möchte auch die Frage beantworten, welcher Grad der bereits vorgenommenen Ausarbeitung (siehe Abbildung 1) je nach Aufgaben- und Schülermerkmalen zur besten Performance führt.

Abbildung 1: Zeichnungen zur Kombinatorik-Aufgabe



Auf der einen Seite zeigen Untersuchungen, dass eine bloße Darbietung nicht immer ausreicht, um die notwendigen kognitiven und metakognitiven Prozesse zur Bildung eines adäquaten mentalen Modells sicher

zu stellen (Van Meter & Garner, 2005). Auf der anderen Seite können selbstgenerierte Repräsentationen nur dann hilfreich sein, wenn sie die mathematische Struktur der Aufgabe adäquat abbilden. Die *Transfer-Fragen* zielen darauf, ob Schüler/innen nach mehrfacher Bearbeitung problemhaltiger Textaufgaben mithilfe von vorgefertigten Repräsentationen häufiger selbst externe Repräsentationen erstellen und welche Qualität diese in Hinblick auf die Lösungsunterstützung haben.

Zur Beantwortung der Forschungsfragen wird eine experimentelle Studie mit rund 200 Viertklässlern durchgeführt. Die Schüler/innen bearbeiten im Klassenraum zu vier Messzeitpunkten im Abstand von ca. drei Wochen jeweils ein Aufgabenheft mit einer Vergleichs-, einer Bewegungs- und einer Kombinatorik-Aufgabe (Rasch, 2001). Die vier Aufgaben eines Aufgabentyps haben die exakt gleiche mathematische Struktur, werden aber hinsichtlich der Oberflächenmerkmale geändert. Die Reihenfolge der drei Aufgaben im Heft wird systematisch variiert. Die Aufgaben in Heft 1 (Messzeitpunkt 1) und Heft 4 (Messzeitpunkt 4) werden ohne vorgegebene Repräsentationen dargeboten. Die Aufgaben in Heft 2 (Messzeitpunkt 2) und Heft 3 (Messzeitpunkt 3) werden jeweils mit einer Zeichnung bzw. einer Tabelle und dem schriftlichen Hinweis „Du kannst die Zeichnung/Tabelle nutzen, um die Lösung zu finden“ präsentiert. Um Reihenfolgeeffekte zu kontrollieren, erhält die Hälfte der Teilnehmer in Heft 2 Zeichnungen und in Heft 3 Tabellen. Bei der anderen Hälfte der Teilnehmer ist die Reihenfolge umgekehrt. Die erste Aufgabe in Heft 2 und Heft 3 wird jeweils von einer Zeichnung bzw. Tabelle in hohem Ausarbeitungsgrad begleitet. Die zweite Aufgabe wird mit der Repräsentation in mittlerem Ausarbeitungsgrad präsentiert und die dritte Aufgabe schließlich mit dem geringsten Grad der bereits vorgenommenen Ausarbeitung. Eine Kontrollgruppe erhält durchgehend Aufgabenhefte ohne vorgegebene Repräsentationen. Der Vergleich der Ergebnisse aus den Messzeitpunkten 1, 2 und 3 erlaubt die Beantwortung der *Performance-Fragen*. Um die *Transfer-Fragen* zu beantworten, wird Messzeitpunkt 1 als Vorher- und Messzeitpunkt 4 als Nachher-Messung herangezogen. Die Hefte 2 und 3 sind in dieser Betrachtung das Interventionsmaterial.

Die Ergebnisse der Untersuchung lassen praxisnahe Hinweise für Lehrkräfte erwarten, welches Hilfsmittel je nach Aufgaben- und Schülermerkmalen mehr oder weniger geeignet erscheint, um allen Kindern Zugang zu problemhaltigen Textaufgaben zu ermöglichen und damit das vorhandene kognitive Potenzial der Kinder im Unterricht zu nutzen. Sollten sich bestimmte Tabellen und Zeichnungen für einen Aufgabentyp bei einer Mehrheit der

Schüler/innen als nützlich erweisen, wäre ein solches Ergebnis auch für die Gestaltung von Schulbüchern interessant.

Literatur

- Bovenmeyr Lewis, A. (1989). Training students to represent arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 81 (4), 521–531.
- Bruder, R. and Collet, C. (2011). Problemlösen lernen im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen Scriptor Praxis.
- Elia, I., Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 41 (5), 605–618.
- Groß, J. (2013). *Analyse von Lösungsprozessen beim Bearbeiten problemhaltiger Textaufgaben durch Grundschul Kinder*. Dissertation. Universität Koblenz-Landau, Landau. Institut für Mathematik.
- Hohn, K. (2012). *Gegeben, gesucht, Lösung? Selbstgenerierte Repräsentationen bei der Bearbeitung problemhaltiger Textaufgaben*. Dissertation. Koblenz-Landau, Landau. Fachbereich Psychologie.
- Ng, E. L. & Lee, K. (2009). The Model Method: Singapore Children's Tool for Representing and Solving Algebraic Word Problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40 (3), 282–313.
- Rasch, R. (2001). *Zur Arbeit mit problemhaltigen Textaufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. Eine Studie zu Herangehensweisen von Grundschulkindern an anspruchsvolle Textaufgaben und Schlussfolgerungen für eine Unterrichtsgestaltung, die entsprechende Lösungsfähigkeiten fördert*. Hildesheim: Franzbecker.
- Schnotz, W. (2005). An Integrated Model of Text and Picture Comprehension. In: Richard E. Mayer (Hrsg.), *The Cambridge handbook of multimedia learning* (S. 49-69). Cambridge, U.K, New York: Cambridge University Press.
- Schnotz, W., Baadte, C., Müller, A. & Rasch, R. (2011). Kreatives Problemlösen mit bildlichen und beschreibenden Repräsentationen. In: K. Sachs-Hombach und R. Totzke (Hrsg.), *Bilder - Sehen - Denken. Zum Verhältnis von begrifflichen-philosophischen und empirisch-psychologischen Ansätzen in der bildwissenschaftlichen Forschung* (S. 204-252). Köln: Herbert von Halem Verlag.
- Van Meter, P. & Garner, J. (2005). The Promise and Practice of Learner-Generated Drawing: Literature Review and Synthesis. *Educ Psychol Rev*, 17 (4), 285–325.
- Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, Exton, PA: Swets & Zeitlinger Publishers.
- Willis, G. B. & Fuson, K. C. (1988). Teaching children to use schematic drawings to solve addition and subtraction word problems. *Journal of Educational Psychology*, 80 (2), 192–201.