

Wie konstruieren Lernende Wissen mit Hilfe digitaler Werkzeuge?

Der Einsatz digitaler Werkzeuge beeinflusst den Mathematikunterricht auf vielen Ebenen. Lerman (2013, S.41) stellt heraus, dass sich die Forschung in diesem Bereich jedoch meist auf die Einsatzmöglichkeiten, die Unterrichtsplanung und praktische Umsetzung richtet. Die potenziell tiefgreifenden Veränderungen des Lernens von Mathematik und der gelernten Mathematik wurden dabei noch nicht in ausreichendem Maße tiefergehend analysiert. In diesem Artikel sollen zunächst die theoretische Fundierung der Fragestellung dargestellt und eine Studie zur explorativen Untersuchung mit ersten Beobachtungen vorgestellt werden.

Theoretische Überlegungen zur Konstruktion von mathematischem Wissen mit digitalen Werkzeugen

In der ICMI-Study zum Einsatz digitaler Werkzeuge schlugen Olive und Makar (2010) vor, für die Nutzung von Werkzeugen jeglicher Art das klassische didaktische Dreieck aus „Schüler“, „Lehrer“ und „Mathematik“ um eine Ecke mit der Bezeichnung „Technologie“ zu einem Tetraeder zu ergänzen (siehe Abb.1). Empirische und theoretische Resultate ließen sich dann auf den Wechselwirkungsseiten dieses Körpers darstellen.

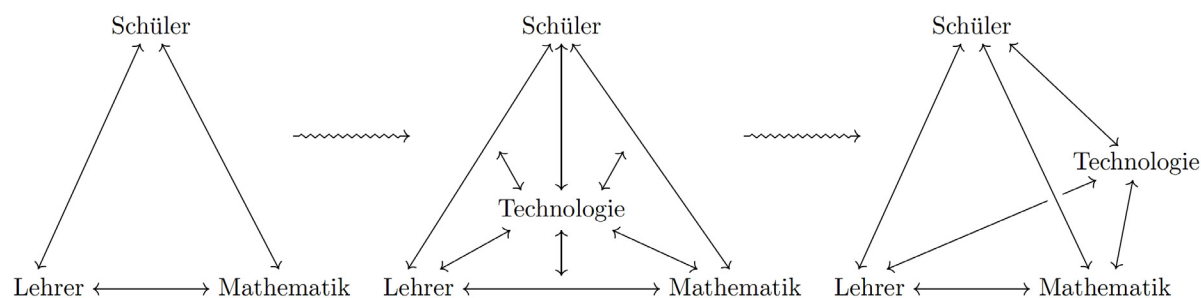


Abb.1: Der Weg zum didaktischen Tetraeder nach Olive & Makar (2010)

Die von Lerman (2013) geäußerte Kritik kann in diesem Modell als zu geringe Beachtung des Dreiecks „Schüler“–„Technologie“–„Mathematik“ umformuliert werden. In diesem Dreieck ist die durch das (digitale) Werkzeug vermittelte Beziehung der Lernenden zur Mathematik verortet. Orientiert an Wygotski finden nach Beguin und Rabardel (2000) in diesem Dreieck vielfältige Wechselwirkungen statt, die als instrumentelle Genese bezeichnet werden (siehe Abb.2). Instrumentelle Genese besteht aus zwei Aspekten: Instrumentierung ist das Lernen von Benutzungsschemata für das Arbeiten mit dem Artefakt und Instrumentalisierung die Modifikation des In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 975–978). Münster: WTM-Verlag

Artefakts, die sich sowohl in der Sicht der Schüler auf das als auch in einer stofflichen Veränderung des Artefakts zeigen kann.

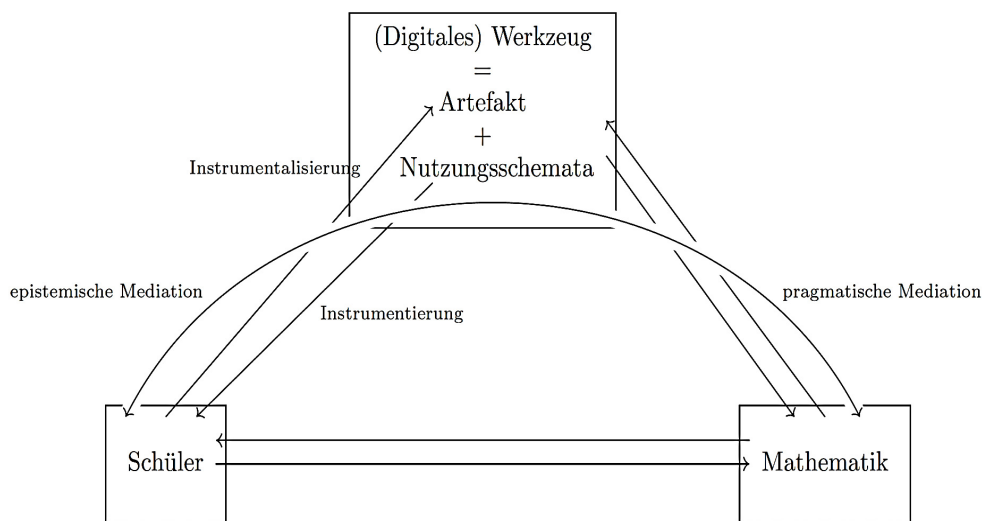


Abb.2: Instrumentelle Genese und Mediation im Klassenraum nach Beguin & Rabardel (2000)

Weiterhin wirken die Schüler über das (digitale) Werkzeug auf die Mathematik (pragmatische Mediation) und erfahren diese durch eben dieses (epistemische Mediation). Diese Wechselwirkungen zeigen, dass das Einfügen eines (digitalen) Werkzeugs in den Lernprozess potenziell große Auswirkungen auf das Lernen von Mathematik hat.

Ebenfalls aufbauend auf Wygotski, stellen Bartolini Bussi und Mariotti (2002) fest, dass (digitale) Werkzeuge durch semiotische Mediation das Konzept der Lernenden von Mathematik beeinflussen können und dies auch geschichtlich mehrfach getan haben. Sie argumentieren, dass Zeichen, die durch das konkrete Lösen von Problemen (mit Werkzeugen) entstehen, auch Einzug in die allgemeine mathematische Theorie der Schüler finden.

Diese semiotische Mediation unterscheidet sich von der in Steinbrings Theorie (2005). Er führt aus, dass mathematisches Wissen im Zusammenspiel von Referenzkontexten, Zeichen und abstrakten Konzepten entsteht. Die Interaktion der ersten beiden bildet ein Konzept, das über andere Referenzkontexte oder Zeichen angepasst wird. Auf diese Weise stehen diese drei Elemente immer im Gleichgewicht. Werkzeugeinsatz beeinflusst sowohl die Referenzkontexte als auch die Zeichen, die verwendet werden und wird damit auch Einfluss auf das Konzept von Mathematik zeigen.

Die Studie im Rahmen des Projekts CASI

Das Projekt CASI fand von Sommer 2009 bis 2011 in 5 Schulen (4 Gesamt- und eine Realschule) mit ca. 250 Projekt- und 120 Vergleichsschü-

lern in NRW statt. Das Ziel war die Entwicklung, Erprobung und Erforschung von Unterrichtskonzepten mit einem Computeralgebra-Taschenrechner (CASIO ClassPad 330) für schwächere Lernende. Im Rahmen des Projekts wurden Leistungstests im Pre-Post-Follow-up Design durchgeführt, Einstellungen der Schüler durch Fragebögen gemessen, die tatsächliche Nutzung des Rechners über tabellarische Stundenprotokolle erfasst und qualitative Analysen von Aufgabenbearbeitungen vorgenommen.

Im Winter 2010, nach ca. eineinhalb Jahren des Unterrichts mit dem ClassPad wurden jeweils 6 Schülerpaare aus einer Projekt- und Vergleichsklasse, die von der gleichen Lehrerin unterrichtet wurden, bei der Bearbeitung von problemhaltigen Aufgaben im Bereich der quadratischen Funktionen videografiert. Die Schüler unterscheiden sich weder in den fachlichen Tests während des Projekts noch in ihren Einstellungen signifikant und hatten für die Aufgaben (theoretisch) unbegrenzte Bearbeitungszeit. Die so gewonnenen Produkt- und Prozessdaten werden im Rahmen der qualitativen Inhaltsanalyse nach deduktiven und induktiven Kategorien analysiert.

Erste Beobachtungen bei der Analyse der Produktdaten

Die vier zu bearbeitenden Aufgaben wurden am Gerüst der Übersetzungsfertigkeiten beim funktionalen Denken konstruiert. Jeweils zwei (eine für jede Übersetzungsrichtung) beziehen sich auf die Übersetzung zwischen Graph und Term sowie zwischen Graph und Realsituation. Die weiteren Übersetzungsfertigkeiten erwiesen sich in den Kompetenztests des Projekts entweder als zu schwer oder zu nahe an Routineaufgaben.

Bei den Aufgaben zu Übersetzungen von Graph zu Term und Sachsituation zeigen die zwei Gruppen keine bemerkenswerten Unterschiede, wenn auch die Streckfaktoren der Parabeln tendenziell besser von Projektschülern erkannt und berechnet wurden. Bei den beiden anderen Aufgaben können Auffälligkeiten beschrieben werden:

Während der Berechnung einer Verbrauchsprognose für Deodorant aus Messdaten zeigen die Projektschüler eine deutlich geringere Tendenz, direkt eine Parabel als mathematisches Modell anzunehmen. Außerdem gibt es häufiger Ansätze rechnerisch über Mittelwerte vorzugehen.

Die Lösungen der Aufgabe, die Änderung der Parabel $x^2 - px$ bei Variation von p zu beschreiben, sind bei sieben der 12 Schülerpaare sehr ähnlich: Es wurde entschieden, wie sich der Graph verändert und dies niedergeschrieben. Es gab weder Rechnungen noch Beispielszeichnungen vorher und auch die Aufforderung des Interviewers, Zahlen einzusetzen oder Beispiele

zu zeichnen, führte nur zu kurzen Rechnungen und einer skizzenhaften Wiederholung der schriftlichen Lösung in graphischer Form. Diese Art der Lösung sei als „theoriegeleitetes Raten“ bezeichnet und kommt mit zwei Fällen bei den Projekt- und fünf Fällen bei den Vergleichsschülern vor.

Diskussion und Ausblick

Die sowohl im Projekt CASI als auch in weiteren Projekten (z.B. M³ in Bayern) zum Einsatz digitaler Werkzeuge beobachtete erhöhte Vielfalt der Lösungen in Projektklassen kann auch in der Schülergruppe der Studie beobachtet werden. Gerade in der Aufgabe zum Deoverbrauch ist eine nicht direkt auf eine geschlossene Funktion hinarbeitende Bearbeitung auch zielführender und dem Problem angemessener.

Das Phänomen des „theoriegeleiteten Ratens“ ist von besonderem Interesse. Trotz der Möglichkeit und Aufforderung des Interviewers zum experimentellen Arbeiten zeigten nur Schüler mit digitalen Werkzeugen dieses Verhalten, während die Kontrollgruppe sich auf Raten oder eingebildetes Wissen beschränkte. Der wissenschaftstheoretische Begriff der „theoriebelasteten Beobachtung“ scheint passend, da die Schüler der Kontrollgruppe trotz explizitem Hinweis auf diese Möglichkeit nicht in der Lage waren, die Parabelschar frei von vorherigen Annahmen zu untersuchen.

Aufgrund dieser Auffälligkeiten werden im nächsten Schritt die Lösungsprozesse der beiden angesprochenen Aufgaben ebenfalls analysiert, um die Unterschiede feiner herauszuarbeiten. Dies wird sowohl auf Basis der Darstellungsformen von Funktionen und Übersetzungen zwischen ihnen, aber auch durch Betrachtung von Problemlösephasen geschehen.

Literatur

- Bartolini Bussi, M.G. & Mariotti, M.A. (2002). Semiotic Mediation in the mathematics classroom: artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In English, L. et.al. (Hrsg.), *Handbook of International Research in Mathematics Education, second revised edition*. (S. 746-783). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Beguín, P. & Rabardel, P. (2000). Designing for Instrument-mediated Activity. *Scandinavian Journal of Information Systems*, 12, 173-190.
- Lerman, S. (2013). Technology, Mathematics and Activity Theory. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 20(1), 39-42.
- Olive, J. & Makar, K. (2010). Mathematical Knowledge and Practices Resulting from Access to Digital Technologies. In Hoyles, C. & Lagrange, J.-B. (Hrsg.), *Mathematics Education and Technology – Rethinking the Terrain* (S. 133–177). Springer.
- Steinbring, H. (2005). *The Construction of New Mathematical Knowledge in Classroom Interaction*. Springer.