

## **Begriffsbildungsprozesse bei funktionalen Zusammenhängen: Wie lernförderlich sind externe dynamische Repräsentationen?**

### **1. Einleitung**

Bewegte Bilder üben bereits seit ihrer Erfindung eine große Faszination aus. Mit der Computertechnik reduzierte sich der Aufwand für die Erzeugung von bewegten Bildern erheblich und wurde auch für den Privatanwender möglich. In der Unterrichtspraxis und auch in der Forschung weckte diese Entwicklung die große Hoffnung, dass mit dynamischen Repräsentationen Lernprozesse vereinfacht und Lerninhalte nachhaltiger vermittelt werden können. Auch wenn die anfängliche Euphorie teilweise verflogen ist, sind dynamische Repräsentationen unvermindert Forschungsgegenstand der verschiedenen Disziplinen, die sich mit Lernprozessen befassen. Die Mathematikdidaktik beschäftigt sich dabei zumeist mit der stoffdidaktischen Frage, wie Lernumgebungen zu bestimmten mathematischen Inhaltsgebieten mit Hilfe von dynamischen Repräsentationen gestaltet werden können. In der Kognitionspsychologie steht dagegen die empirische Untersuchung der Wirkung von dynamischen Repräsentationen auf kognitive Prozesse im Vordergrund. Die Inhaltsgebiete treten dabei in den Hintergrund, sodass bisher kaum die Vermittlung von mathematischen Inhalten mit dynamischen Repräsentationen empirisch untersucht wurde.

In dem vorliegenden Beitrag werden wichtige Forschungslinien dieser beiden Disziplinen komprimiert dargestellt. Abschließend werden praktische Implikationen für den Einsatz von dynamischen Repräsentationen bei Begriffsbildungsprozessen von funktionalen Zusammenhängen abgeleitet.

### **2. Dynamische Repräsentationen aus Sicht der Mathematikdidaktik**

In der Mathematikdidaktik werden Lernumgebungen mit dynamischen Repräsentationen zumeist mit spezieller Software (z.B. DynaGeo oder GeoGebra) erzeugt. Dabei bildet der Zugmodus ein häufig verwendetes Element, um dynamische Repräsentationen zu generieren. Beispielsweise kann mit Hilfe der Schiebereglerfunktion die Genese eines Funktionsgraphen als Ortslinie vermittelt werden. Dazu wird ein Punkt einer Funktion konstruiert und sein Verhalten bei Veränderung von  $x$  studiert (Elschenbroich, 2010). Auch die Auswirkung von Parametern auf einen Funktionsgraphen kann mit Hilfe der Zugfunktion anschaulich untersucht werden, indem z. B. der Wert des Parameters  $a$  der Funktion  $f(x)=a \cdot \sin(x)$  durch einen Schieberegler verändert wird (Ulm, 2010). Fest und Hoffkamp (2013) stellen Lernumgebungen vor, bei denen Veränderungen in situationalen und graphischen  
In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 987–990).  
Münster: WTM-Verlag

Darstellungen mit Hilfe des Zugmodus zueinander in Beziehung gesetzt werden. Gemeinsam ist den meisten für den Mathematikunterricht entwickelten dynamischen Repräsentationen mit Einsatz des Schiebereglers, dass verschiedene Darstellungsformen (situational, symbolisch-algebraisch, visuell-graphisch, numerisch-tabellarisch) dynamisch miteinander verknüpft werden. Roth (2008) argumentiert, dass mathematisches Verständnis mit dynamischen Repräsentationen gefördert werden kann, indem die „Einflussgrößen“ bewusst und zielgerichtet verändert und daraus resultierende Veränderungen in verschiedenen Darstellungen beobachtet und interpretiert werden.

### **3. Dynamische Repräsentationen aus Sicht der Kognitionspsychologie**

Nach Schnotz und Lowe (2008) wird vielfach die Meinung vertreten, dass statische Bilder am besten für statischen Inhalt und dynamische Bilder am besten für dynamischen Inhalt geeignet seien. Allerdings gebe es aus psychologischer Sicht keine klare Trennung zwischen statischen und dynamischen Repräsentationen und es könnten auch mit statischen Bildern dynamische mentale Modelle erzeugt werden (Schnotz & Lowe, 2008).

Die empirischen Befunde zeigen zumeist keine grundsätzliche Überlegenheit von dynamischen gegenüber statischen Repräsentationen. Bei einem Experiment von Hegarty, Kriz und Cate (2003) wurde das Verständnis eines dynamischen Prozesses zwar erhöht, wenn sowohl statische als auch animierte Repräsentationen verwendet wurden, allerdings wurde kein Beweis gefunden, dass animierte im Vergleich zu statischen Visualisierungen zu einem besseren Verständnis eines dynamischen Prozesses führten. Auch bei Mayer, Hegarty, Mayer und Campbell (2005) zeigten sich keine Vorteile von computeranimierten Instruktionen. Stattdessen wurde zum Teil mit papierbasierten statischen Repräsentationen ein signifikant höherer Lernzuwachs induziert.

Die Ursachen für die genannten Ergebnisse sind nicht eindeutig geklärt. Gog, Paas, Marcus, Ayres und Sweller (2009) vermuten, dass dynamische Visualisierungen das Arbeitsgedächtnis starker belasten und dadurch die zum Teil nachteiligen Lerneffekte erklärt werden können. Außerdem könnte gerade das Hineindenken der Dynamik in die statische Darstellung zu einem höheren Lerneffekt führen (Mayer et al., 2005).

Animationen können lernförderlich sein, wenn sie kognitive Ressourcen freisetzen. Wenn ein mentaler Prozess für den Lernenden erst durch eine dynamische Darstellung durchführbar wird, so erfüllt sie eine Ermöglichungsfunktion (Schnotz & Rasch, 2008). Ist ein Prozess zwar auch mit Hilfe der statischen Repräsentation durchführbar und wird durch die dyna-

mische Repräsentation eine sehr hohe kognitive Belastung erheblich reduziert, hat sie eine Erleichterungsfunktion (Schnotz & Rasch, 2008). Diese Argumentation korrespondiert in Grundzügen mit Befunden von Hattie (2009), dass computergestützte Unterrichtsaktivitäten bei herausfordernden Aufgaben am wirkungsvollsten sind.

Statt eine Animation lediglich rezeptiv aufnehmen zu lassen, schlagen Koning und Tabbers (2011) zur Erhöhung der Lernwirksamkeit vor, dass die Lerner interaktiv die Animation manipulieren sollen. Auf diese Weise sei die Verarbeitung der Dynamik automatisch mit einer Handlung verknüpft. Allerdings könne die Interaktionsmöglichkeit auch negative Effekte hervorrufen, wie zufälliges Klicken oder das Auslassen von Interaktionsmöglichkeiten (Koning & Tabbers, 2011). Hegarty et al. (2003) fand heraus, dass das Verständnis erhöht wurde, wenn die Lernenden das dynamische Verhalten einer Maschine aus statischen Darstellungen vorhersagen mussten. Daraus schließen Koning und Tabbers (2011), dass möglicherweise Manipulationen kombiniert mit Verstehensprozessen die Lerneffizienz von dynamischen Repräsentationen erhöhen könnten.

#### **4. Fazit**

Die kognitionspsychologischen Ergebnisse legen nahe, dass der Einsatz von dynamischen Repräsentationen in Lernumgebungen nicht per se und unmittelbar zu einem besseren Verständnis von Begriffen zum funktionalen Zusammenhang führt. So sollten dynamische Repräsentationen bei herausfordernden Problemstellungen und Begriffen eingesetzt werden. So können dynamische Repräsentationen (z.B. Funktionsgraph wird als Ortslinie erzeugt) für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler verständnisfördernd wirken, während bei leistungsstärkeren Lernenden eventuell sogar ein negativer Effekt eintreten kann.

Auch ist es angezeigt, eine dynamische Repräsentation nicht nur rezeptiv verarbeiten zu lassen, sondern die Schülerinnen und Schüler kognitiv zu aktivieren. Dieses kann z.B. geschehen, indem vorhergesagt und begründet werden muss, wie sich der Graph bei Veränderung einer Einflussgröße verändert und erst anschließend die dynamische Repräsentation genutzt werden darf. Gegenüber einer reinen Animation könnte der Einsatz des Schiebereglers Vorteile haben, da hiermit die kognitive Belastung individuell gesteuert werden kann. Um einen fokussierten Lernprozess zu ermöglichen dürfen allerdings nicht übermäßig viele Variationsmöglichkeiten angeboten werden.

Ein besonderes Augenmerk sollte auch auf die Fragestellungen gerichtet werden, die mit der dynamischen Repräsentation einhergehen. Sie sollten

nicht nur beobachtenden Charakter haben (z.B. Was passiert im Graphen bei Veränderung des Parameters?) sondern vielmehr Begründungen und Interpretationen einfordern (z.B. Warum verändert sich der Graph durch Veränderung des Parameters in dieser Form?). Hierdurch kann der Computer zur Exploration eingesetzt werden und mentale Prozesse ermöglichen, die ohne die dynamische Repräsentation nicht möglich wären.

## Literatur

- Elschenbroich, H.-J. (2010). Ein dynamischer Zugang zu Geometrie und Funktionen. *Praxis Mathematik*, 52 (34), 25–31.
- Fest, A. & Hoffkamp, A. (2013). Funktionale Zusammenhänge im computerunterstützten Darstellungstransfer erkunden. In J. Sprenger, A. Wagner & M. Zimmermann (Hrsg.), *Mathematik lernen, darstellen, deuten, verstehen* (S. 177–189). Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden.
- Gog, T., Paas, F., Marcus, N., Ayres, P. & Sweller, J. (2009). The Mirror Neuron System and Observational Learning: Implications for the Effectiveness of Dynamic Visualizations. *Educational Psychology Review*, 21 (1), 21–30.
- Hattie, J. (2009). *Visible Learning. A Synthesis of Over 800 Meta-Analyses Relating to Achievement*. Visible Learning: Routledge.
- Hegarty, M., Kriz, S. & Cate, C. (2003). The Roles of Mental Animations and External Animations in Understanding Mechanical Systems. *Cognition and Instruction*, 21 (4), 325–360.
- Koning, B. B. & Tabbers, H. K. (2011). Facilitating Understanding of Movements in Dynamic Visualizations: an Embodied Perspective. *Educational Psychology Review*, 23 (4), 501–521.
- Mayer, R. E., Hegarty, M., Mayer, S. & Campbell, J. (2005). When Static Media Promote Active Learning: Annotated Illustrations Versus Narrated Animations in Multimedia Instruction. *Journal of Experimental Psychology: Applied*, 11 (4), 256–265.
- Roth, J. (2008). Systematische Variation. Eine Lernumgebung vernetzt Geometrie und Algebra. *Mathematik lehren* (146), 17–21.
- Schnotz, W. & Lowe, R. (2008). A Unified View of Learning from Animated and Static Graphics. In R. Lowe & W. Schnotz (Hrsg.), *Learning with animation. Research implications for design* (S. 304–356). Cambridge, New York: Cambridge University Press.
- Schnotz, W. & Rasch, T. (2008). Functions of Animation in Comprehension and Learning. In R. Lowe & W. Schnotz (Hrsg.), *Learning with animation. Research implications for design* (S. 92–113). Cambridge, New York: Cambridge University Press.
- Ulm, V. (2010). Funktionen dynamisch. DGS zum Arbeiten mit Funktionen. *Praxis Mathematik*, 52 (34), 32–38.