Sebastian SCHORCHT, Gießen

Mathematik mit historischem Hintergrund in Schulbüchern der Klassenstufen 1 bis 7 – Evaluation eines Aufgabentyps

Geschichte der Mathematik im Mathematikunterricht wird in den letzten 15 Jahren international intensiver beforscht. In Schulbüchern sind Aufgaben mit historischem Hintergrund jedoch bereits seit längerem vertreten. Die Praxis läuft so scheinbar der theoretischen Auseinandersetzung voraus. Überlegungen zum Umgang mit Mathematikgeschichte im Unterricht werden seit über 100 Jahren diskutiert (vgl. Schubring, 1978). Im Zuge der Auseinandersetzungen mit dem „Warum Mathematikgeschichte?“, stellt sich die Frage: Wie werden eigentlich didaktische Überlegungen zur Mathematikgeschichte im Schulbuch umgesetzt und wie kann mit solchen Aufgaben produktiv umgegangen werden?

In dem vorgestellten Dissertationsprojekt wurden 37 Schulbücher untersucht. Darin waren 145 Beispiele mit explizit mathematikhistorischem Hintergrund zu finden. Im Fokus der Untersuchung lagen auch die Ziele, die durch mathematikhistorische Exkurse verfolgt werden. Ein Ziel des Einsatzes von Mathematikgeschichte im Unterricht ist das Verständnis der Motive und Zwecke vergangenen mathematischen Handelns (vgl. Epple, 1999, S. 20-25). Dabei sollen die Schülerinnen und Schüler vergangenes mathematisches Handeln verstehen, indem einflussnehmende innere und äußere Kräfte thematisiert werden (vgl. Jankvist, 2009, S. 22f). Die Motive und Zwecke, Grenzen und Möglichkeiten mathematischen Handelns können dabei offen diskutiert werden, um ein Orientierungswissen über ein Themengebiet anzubahnen (vgl. Radbruch, 1997; Mittelstraß 1982).

Folgt man diesen Überlegungen, so können Aufgaben mit mathematikhistorischem Hintergrund folgende Eigenschaften haben:

- Entweder sie präsentieren einfache *Informationen* (vgl. Reimann-Rothmeier/Mandl, 2002, S. 7-9);
- regen zum Schülerhandeln an – was im Folgenden als *Verfügungswissen* (vgl. Radbruch, 1997) verstanden wird – oder
- werfen Fragen auf, die ein *Orientierungswissen* (vgl. Radbruch, 1997) im oben genannten Sinne begünstigen.

In Lambacher Schweizer 5 (vgl. Jörgens u.a., 2009, S. 99) findet sich die im Folgenden abgebildete Aufgabe, die exemplarisch analysiert wird: Sie beginnt mit einem kurzen Einstieg in das Thema durch eine *historische Information*. Danach folgt eine mathematische Erklärung der abessinischen Bauernmultiplikation, die als *mathematische Information* klassifiziert wird.

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 1099–1102). Münster: WTM-Verlag

Das rechts abgebildete Musterbeispiel zeigt in einer Momentaufnahme, wie dieses Verfahren angewendet werden soll. Erst mit der abschließenden Aufgabenstellung: „Führe folgende Multiplikationen nach der abessinischen Bauernmethode durch und prüfe das Ergebnis mithilfe der schriftlichen Multiplikation. 16•15, 18•52, [...]“ (Jörgens u.a., 2009, S. 99), ist der Lernende zum Handeln und somit zur Anwendung des *Verfügungswissens* aufgefordert.

Info

Andere Länder, andere Sitten

Eine alte Geschichte erzählt von einem abessinischen Bauernvolk, das die schriftliche Multiplikation nicht kannte. Dennoch halfen sich die Leute auf eine recht merkwürdige Art.

Die abessinischen Bauernregeln (siehe Tabelle):

1. Der erste Faktor des zu berechnenden Produkts wird so oft halbiert, bis man auf 1 kommt. Tritt beim Halbieren von ungeraden Zahlen ein Rest auf, so lässt man diesen weg.
2. Der zweite Faktor wird so oft verdoppelt, wie der erste Faktor halbiert wurde.
3. Man streicht nun in der Tabelle die Zeilen weg, in denen der erste Faktor eine gerade Zahl ist.
4. Die Zahlen, die in der rechten Tabellenspalte übrig bleiben, werden zum Schluss addiert (oberste Zahl nicht vergessen!).
5. Die Summe ist das Ergebnis der Multiplikationsaufgabe.

80 ·	123
~~80~~	~~123~~
~~40~~	~~246~~
~~20~~	~~492~~
~~10~~	~~984~~
5	1968
~~2~~	~~3936~~
1	7872
	111
	9840

Führe folgende Multiplikationen nach der abessinischen Bauernmethode durch und prüfe das Ergebnis mithilfe der schriftlichen Multiplikation.

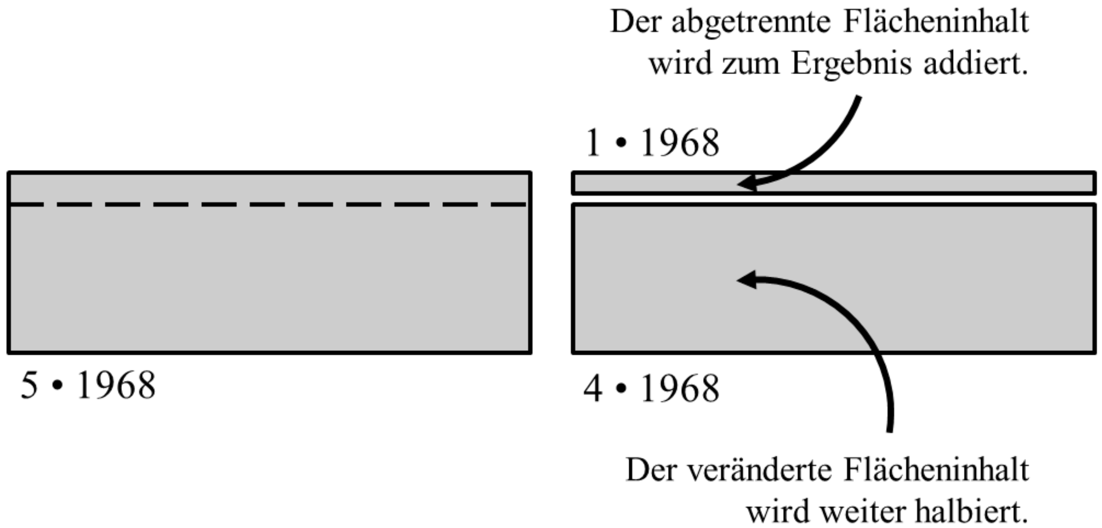
16 · 15, 18 · 52, 84 · 39, 128 · 7, 111 · 11, 298 · 24

Aufgabe zur Multiplikation nach der abessinischen Bauernmethode Lambacher Schweizer 5, S. 99.

Die Frage nach den Motiven und Zielen des Einsatzes dieser Methode zur Multiplikation stellt sich dem Lernenden in dieser Formulierung der Aufgabe nicht. Ebenfalls werden die inneren und äußeren Einflüsse auf die abessinische Bauernmethode nicht angesprochen. *Mathematisches* oder *mathematikhistorisches Orientierungswissen* wird mit dieser Aufgabe folglich vom Lernenden nicht gefordert.

In der gesamten Untersuchung der Schulbücher zeigte sich, dass nur 11 % aller Aufgaben mit historischem Hintergrund mathematisches Orientierungswissens anregen. Selbst die Frage nach den Motiven und Zwecken vergangenen mathematischen Handelns, die für die wissenschaftliche Disziplin paradigmatisch ist, taucht nur in 24 % der Aufgaben mit historischem Hintergrund auf. Dafür regen immerhin 67 % zum mathematischen Handeln an. Es liegt folglich Potential vor, um die entsprechenden Aufgaben reichhaltig zu erweitern. Wollte die geübte Lehrkraft mathematisches oder mathematikhistorisches Orientierungswissen von den Lernenden fordern, so kann sie die Aufgabe mit wenigen Zusätzen ergänzen. Im mathematikhistorischem Sinne: (1) „Wieso verwendete das abessinische Bauernvolk zur Multiplikation diese Methode?“ oder im mathematischen Sinne: (2) „Weshalb werden nur Zeilen mit ungeraden Zahlen addiert? Erkläre.“ oder (3) „Welche der Multiplikationsaufgaben passt besser zu welchem Verfahren? Sortiere.“

Die erste Aufgabenstellung (1) bedeutet selbst für Mathematikhistoriker eine Herausforderung, denn ob die abessinische Bauernmethode eine Abwandlung der Multiplikationsmethode der ägyptischen Hochkultur (siehe dazu Imhausen u.a., 2007) ist, bedarf aufwendiger Recherchearbeit. Ob dies von Lehrkräften realisierbar ist, muss jede und jeder Lehrende vor seinem eigenen Hintergrund beurteilen. Mathematikhistorisches Orientierungswissen bietet jedenfalls die Möglichkeit im Unterricht Einflüsse auf die Mathematik deutlich hervorzuheben. Beispielsweise der Einfluss mathematischer Darstellungen auf die Meinungsbildung oder die Abhängigkeit von Zahldarstellungen und Bündelungsvorstellungen.



Mögliche Vorstellung zur abessinischen Bauernmethode an der entscheidenden Stelle 5 • 1968.

Die zweite Aufgabenstellung (2), lässt sich dagegen sicherer beantworten. Elementarmathematisch betrachtet, kann die abessinische Bauernmethode als Fläche gedacht werden, so wird die „Breite“ – erster Faktor – halbiert, während die „Länge“ – zweiter Faktor – im gleichen Maße verdoppelt wird. Der Flächeninhalt bleibt bei dieser Methode gleich Mächtig, bis Breitenmaße auftauchen, die ganzzahlig nicht mehr zu halbieren sind. Es wird **eine** „Breite“ mit entsprechender „Länge“ entfernt, damit die „Breite“ wieder im gewohnten Verfahren halbiert werden kann. Diese fehlende Fläche muss am Ende zum Flächeninhalt des Ergebnisses addiert werden, damit das Ergebnis dem Flächeninhalt zu Beginn entspricht. Da die „Breite“ des abgetrennten Teils 1 ist, können die Faktoren der zweiten Zeile der abessinischen Bauernmethode einfach addiert werden, um den gesuchten Flächeninhalt zu erhalten.

Das Sortieren verschiedener Multiplikationsaufgaben in Aufgabenstellung (3) führt in einen Diskurs. Dieser ist sicherlich subjektiv geprägt und von Gewöhnung abhängig, denn ein geübter Anwender der schriftlichen Multiplikation wird diese auch bevorzugen. Letztendlich kann das Sortieren die Diskussion über Motive und Zwecke mathematischen Handelns entfachen.

Es zeigt sich, dass in Schulbüchern Aufgaben vertreten sind, die durch ihren mathematikhistorischen Bezug dazu dienen sollen, die kulturellen Aspekte der Mathematik einzubetten. Das Thematisieren der Motive und Zwecke mathematischen Handelns sowie der inneren und äußeren Einflüsse auf die Mathematik, die Gegenstand der Fachdisziplin sind, werden dabei nur marginal tangiert. Die Untersuchung zeigt, dass die Mehrheit der Aufgaben mit historischem Hintergrund kaum mathematisches oder mathematikhistorisches Orientierungswissen anbieten. Wertvolle Reflexionsanlässe bleiben so im Moment ungenutzt. Mit einfachen Zusatzfragen kann die reflektierte Lehrkraft die mathematische Orientierung ergänzen. Das mathematikhistorische Orientierungswissen dagegen stellt häufig eine Hürde dar, die unter anderem durch ein ausreichendes Studium der historischen Entwicklung der Mathematik kompensiert werden kann. Zudem können Schulbücher dann unterstützend wirken, wenn die Schulbuchautoren sich die Expertise der Mathematikgeschichte zu Nutze machen.

Literatur

Jörgens, T., Jürgens-Engl, T., Riemer, W., Sonntag, R., Surrey, I. [Hrsg.] u.a. (2009): *Lambacher Schweizer 5: Mathematik für Gymnasien*. Nordrhein-Westfalen. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.

Epple, M. (1999). *Die Entstehung der Knotentheorie: Kontexte und Konstruktionen einer modernen mathematischen Theorie*. Braunschweig: Vieweg.

Imhausen, A. & Katz, V. J. [Hrsg.] u.a. (2007). *The mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam*. Princeton u.a.: Princeton Univ. Press.

Jankvist, U.T. (2009). *Using History as a 'Goal' in Mathematics Education: PhD Dissertation Roskilde University*. Roskilde: IMFUFA tekst.

Mittelstrass, J. (1982). *Wissenschaft als Lebensform: Reden über philosophische Orientierungen in Wissenschaft und Universität*. Frankfurt a. M.: Suhrkamp.

Radbruch, K. (1997). *Der philosophische Wille zur allgemeinen Mathematik* (Manuskript zum Vortrag an der TU Darmstadt). Darmstadt.

Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (2002). Wissen. In G. Wenninger (Hrsg.), *Lexikon der Psychologie in 5 Bänden*, Bd. 5. Heidelberg & Berlin: Spektrum.

Schubring, G. (1978). *Das genetische Prinzip in der Mathematik-Didaktik*. Stuttgart: Klett-Cotta.