

Hans-Stefan SILLER, Regina BRUDER, Torsten LINNEMANN, Tina HASCHER, Eva SATTLBERGER, Jan STEINFELD, Martin SCHODL

## **Stufung mathematischer Kompetenzen am Ende der Sekundarstufe II – eine Konkretisierung**

Um die Einordnung und Vergleichbarkeit von Prüfungsaufgaben am Ende der Sekundarstufe II im Rahmen der kompetenzorientierten standardisierten schriftlichen Reifeprüfung in Österreich (sR(D)P) zu ermöglichen, wurde eine Projektgruppe mit der Entwicklung eines Kompetenzstufenrasters beauftragt. In diesem werden die Dimensionen Operieren, Argumentieren und Modellieren auf jeweils vier Komplexitätsstufen begründet unterschieden. Im vorliegenden Beitrag werden aus dem anfänglichen Umgang mit dem Kompetenzstufenraster (Siller et al., 2013) Konsequenzen sowohl für die Kompetenzmodellierung als auch für die Entwicklung von Prüfungsaufgaben abgeleitet.

### **1. Zum Hintergrund des Kompetenzstufenrasters**

Durch Kompetenzstufenmodelle wird den Lehrenden ein Konstrukt zur Kompetenzbeurteilung zur Verfügung gestellt. Kompetenzstufenmodelle sind darüber hinaus auch ein Hilfsmittel für die Auswahl von Prüfungsaufgaben hinsichtlich einer vergleichbaren Anforderungsbreite und -tiefe.

Empirisch gewonnene Kompetenzstufenmodelle zeigen an, inwiefern sich Aufgaben in ihrer Schwierigkeit für die Bearbeitung unterscheiden. Hinweise, worin diese Schwierigkeiten genau bestehen, lassen sich jedoch erst durch sorgfältige Analysen möglicher und tatsächlicher Lösungswege gewinnen. Normative Setzungen von Schwierigkeitsniveaus unterstellen, dass das gesetzte Niveau bei erfolgreicher Bearbeitung nicht unterschritten werden kann. Die Stufen des Kompetenzrasters postulieren, welche Kompetenzen notwendig sind, um diese zu lösen. Das schließt nicht aus, dass es bei komplexen Aufgabenstellungen immer mehrere Lösungsstrategien gibt.

In einem interaktiven mehrschrittigen Prozess, bestehend aus Aufgabenrating und der Diskussion von Kompetenzausprägungen und -entwicklungen wurde das vorliegende Kompetenzraster entwickelt, das einer Beschreibung von Kompetenzfacetten am Ende der Sekundarstufe II und als Grundlage für eine Bewertung von Beispielen der sR(D)P in Österreich dienen soll. Dies erfolgte vor dem Hintergrund, dass bei einer Zertifikatsvergabe, wie der sRP, das erreichte und messbare Kompetenzniveau im Fokus steht und nicht der zu diesen Ergebnissen im Detail führende Lernprozess.

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 1135–1138). Münster: WTM-Verlag

Für das erarbeitete Kompetenzstufenmodell (vgl. exemplarische Darstellung der Stufe 1 in Abb. 1) hat sich die Projektgruppe auf vier Ausprägungen (Stufen) der drei inhaltlichen Kompetenzbereiche verständigt, die in analoger Weise zu Meyer (2007) identifizierbar sind:

- Ausführen einer Handlung durch unreflektiertes Nachvollziehen (Stufe 1)
- Ausführen einer Handlung nach Vorgabe (Stufe 2)
- Ausführen einer Handlung nach Einsicht (Stufe 3)
- Selbstständige Prozesssteuerung (Stufe 4)

Die Stufe 4 wird im Rahmen einer Testsituation als Erwartungshorizont für alle Schüler/innen kaum erreichbar sein, ist jedoch für Lernprozesse wesentlich, da lt. gültigen Curricula Schüler/innen/n jedenfalls selbstständiges Arbeiten umsetzen müssen.

Neben diesen vier Stufen wurden drei Handlungsbereiche für das Modell definiert. Existierende Modelle (vgl. KMK, 2003; AECC, 2007; HarmoS, 2008) verwenden in der Regel einen vierten Bereich – das Interpretieren. Argumentieren beinhaltet immer (vorangegangene) Interpretationsarbeit, v.a. wenn es sich um (mathematische) Texte oder Kontexte handelt, auch beim (mathematischen) Modellieren muss die Interpretation mathematischer Resultate in der Realität immer berücksichtigt werden. Daher ist das Interpretieren in diesen beiden Handlungsbereichen in jeder Stufe integriert (vgl. Stufe 1 in Abbildung 1).

Stufen	Operieren	Argumentieren	Modellieren
1	- Identifizieren der Anwendbarkeit eines gegebenen bzw. vertrauten Verfahrens - Abarbeiten / Ausführen einer gegebenen bzw. vertrauten Vorschrift	- Einfache fachsprachliche Begründungen ausführen - das Zutreffen eines Zusammenhangs oder Verfahrens bzw. die Passung eines Begriffes auf eine gegebene (innermathematische) Situation prüfen	- Durchführung eines Darstellungswechsels zwischen Kontext und mathematischer Repräsentation - Verwendung vertrauter und direkt erkennbarer Standardmodelle zur Beschreibung einer vorgegebenen Situation mit entsprechender Entscheidung

**Abbildung 1** Stufe 1 des vierstufigen Kompetenzstufenrasters in drei Handlungsbereichen

### 3. Erfahrungen im Umgang mit dem Kompetenzraster

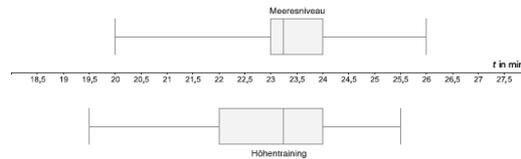
Das Konzept der sR(D)P in Österreich beinhaltet zwei Kategorien von Aufgaben. Die Teil 1-Aufgaben, auf welche wir uns hier beschränken, fokussieren ausschließlich auf Grundkompetenzen (vgl. BIFIE, 2013a, S. 23). Es wird erwartet, dass diese Aufgaben jeweils genau einen Kompetenzbereich repräsentieren und Stufe 1 in der Regel nicht überschreiten.

Um sicherzustellen, dass die Aufgaben diese Anforderungen erfüllen, wurden sie einem unabhängigen Rating von 3 Expert/innen unterzogen. Nicht alle Aufgaben bestanden die Prüfung. An dieser Stelle sei eine Aufgabe

exemplarisch dargestellt (vgl. BIFIE, 2013b), welche mit Hilfe des Kompetenzstufenmodells geratet wurde und im diesem Setting dahingehend aufgefallen ist, als sie allen Handlungsbereichen zugeordnet wurde.

Eine Nachwuchsfußballmannschaft führte ein Experiment durch, bei dem die eine Hälfte der Mannschaft ein Trainingslager auf Meeresniveau und die andere Hälfte der Mannschaft ein Höhentrainingslager absolvierte.

- a) Nach der Rückkehr vom Trainingslager mussten beide Gruppen mehrere Tests absolvieren. Bei einem Querfeldeinlauf wurden die Zeiten verglichen und statistisch ausgewertet:



- Vergleichen Sie die beiden Boxplots in Bezug auf die Zeit des schnellsten Läufers und die Spannweite.

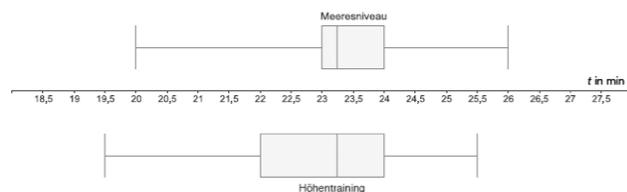
Leo behauptet: „Etwa 50 % der Teilnehmer des Trainings auf Meeresniveau hatten eine kürzere Laufzeit als 23 Minuten.“

- Überprüfen Sie anhand des passenden Boxplots, ob diese Aussage richtig ist.

**Abbildung 2** Veröffentlichte Test-Aufgabe zur sR(D)P (bifie, 2013b, S. 14)

Aus fachdidaktischer Perspektive betrachtet, ist diese Mehrfachzuordnung wie folgt erklärbar: die in den beiden Aufgabenstellungen verwendeten Handlungsanweisungen „Vergleichen“ bzw. „Überprüfen“ sind an dieser Stelle ungünstig gewählt, da sich die Sinnhaftigkeit eines Vergleichs nicht erschließt und keine Überprüfung sondern eine Interpretation stattfindet und es werden in zwei elementare Grundkompetenzen gleichzeitig überprüft: Ablesen von Werten und interpretieren statistischer Kennzahlen (vgl. bifie 2013a, S. 16). Das sollte in Teil 1-Aufgaben vermieden werden. Um den Vorgaben (Teil 1-Aufgaben eher in Stufe 1) zu genügen, könnte eine mögliche Veränderung hilfreich sein:

Ein Teil einer Fußballmannschaft trainiert auf Meeresniveau, der andere in einem Höhentrainingslager. Nach der Rückkehr werden die Zeiten der Mitglieder beider Gruppen während eines Querfeldeinlaufs erfasst und dargestellt.



- a) Deuten Sie die beiden Kastenschaubilder in Bezug auf die Zeit des schnellsten Läufers.
- b) Leo interpretiert den 1. Boxplot wie folgt: „Etwa 50% hatten eine kürzere Laufzeit als 23 Minuten.“ Stimmt das?

Mit diesen Umformulierungen wird zweierlei erreicht: (1) Fokussierung auf eine eindeutige Grundkompetenz und (2) eindeutige Zuordnung zur Stufe 1 im Kompetenzstufenraster.

#### 4. Konsequenzen

Die Erfahrungen im Umgang mit der in Abbildung 1 dargestellten Stufe 1 und den Teil 1-Aufgaben zur sRP zeigt, dass die Passung gut funktionieren kann. Würde man das Kompetenzstufenmodell graphisch mittels eines „Kompetenz-Dreiecks“ (vgl. Abb. 3) aufbereiten, könnten die verwendeten Handlungsbereiche in die Ecken dieses Dreiecks gesetzt werden. Die Teil 1-Aufgaben würden dann sehr deutlich in den jeweiligen Ecken stehen.

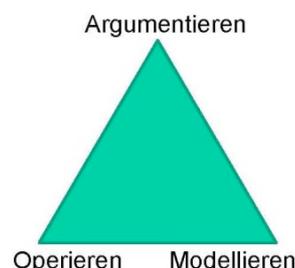


Abbildung 3 Kompetenz-Dreieck (Linnemann, 2014)

Bei Teil 2-Aufgaben erweist sich die Einordnung als schwieriger. Es ist zwar erwünscht, dass eine solche auf Stufe 2 des Kompetenzmodells erfolgt, der formulierte Anspruch hinsichtlich der Vernetzung von Grundkompetenzen erschwert eine eindeutige und exakte Einordnung. Eine allfällige Schwerpunktsetzung bei der Einordnung hinsichtlich der Handlungsdimension kann hilfreich sein. Diese Aufgaben werden sich im „Kompetenz-Dreieck“ eher innerhalb dieses wiederfinden, um die Streuung der „Kompetenzausprägungen“ kenntlich zu machen.

#### Literatur

- AECC (2007): *Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe*. Version 4/07. Institut für Didaktik der Mathematik (Hrsg.). Fakultät für interdisziplinäre Forschung und Fortbildung der Alpen-Adria-Universität Klagenfurt.
- BIFIE (Hrsg.) (2013a). *Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik. Inhaltliche und organisatorische Grundlagen zur Sicherung mathematischer Grundkompetenzen*. Wien. verfügbar unter <https://www.bifie.at/node/1442> [21.03.2014].
- BIFIE (Hrsg.) (2013b). *Haupttermin 2013*. verfügbar unter [https://www.bifie.at/system/files/dl/KL13\\_PT1\\_BHS\\_AMT\\_AA\\_CC\\_AU\\_0.pdf](https://www.bifie.at/system/files/dl/KL13_PT1_BHS_AMT_AA_CC_AU_0.pdf) [21.03.2014].
- HarmoS (2011). *Grundkompetenzen für die Mathematik*. Nationale Bildungsstandards. freigegeben von der EDK-Plenarversammlung.
- KMK (2003). *Beschlüsse der Kultusministerkonferenz: Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Schulabschluss*. Luchterhand.
- Linnemann, T. (2014). Elementare mathematische Handlungsaspekte. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014*. Münster: WTM.
- Siller, H.-S., Bruder, R., Hascher, T., et al (2013). Stufenmodellierung mathematischer Kompetenz am Ende der Sekundarstufe II. In M. Ludwig & M. Kleine (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013*. (S. 950–953). Münster: WTM.