Susanne SPIES, Ingo WITZKE, Siegen

Bereichsspezifische Auffassungen von Analysis zu Studienbeginn

Auffassungen von Mathematik sind ein Faktor zur Erklärung der vielzitierten doppelten „Diskontinuität“ im Lehramtsstudium und werden als ein Aspekt der Übergangsproblematik Schule-Hochschule gehandelt. So werden verschiedene hochschuldidaktische Bemühungen im Rahmen der universitären Lehrerbildung u.a. mit dem Ziel begründet, ein „tragfähiges Mathematisches Weltbild“ bei den angehenden Lehrerinnen und Lehrern zu etablieren (vgl. z.B. Beutelspacher u.a., 2011). Dabei ist das Phänomen der „Mathematischen Weltbilder“, „epistemologische Überzeugungen“, „beliefs“ oder des „beliefs systems“ bezüglich der Disziplin Mathematik allgemein aber auch bezüglich des Lehrens und Lernen inzwischen viel beforscht. Eine umfängliche Erforschung der fachimmanenten Auffassungen bezogen auf Teilgebiete der Mathematik insbesondere mit Blick die Besonderheiten der Lehrerbildung steht in des noch aus. Hier setzt ein gemeinsames Forschungsprojekt der Universitäten Köln und Siegen an.

Forschungsgegenstand und Untersuchungsdesign

Mit Blick auf den Übergang von Schule zur Hochschule von Lehramtsstudierenden liegt der Fokus der empirischen Untersuchung auf den bereichsspezifischen Auffassungen bezüglich der Nahtstellendisziplin Analysis. Dem liegt die Annahme zu Grunde, dass bei der Analysis als prominentem Teil der Oberstufenmathematik und einer der ersten hoschulmathematischen Inhalte im Studium ggf. vorliegende Auffassungsunterschiede in besonderer Weise wirksam werden. Das vorrangige Ziel der Untersuchung ist nun zunächst die *Beschreibung der bereichsspezifischen Auffassungen zur Analysis von Studienanfängern*. Dies bietet zum einen Bezüge sowohl zum Oberstufenunterricht als auch zur universitären Mathematikausbildung und ergänzt darüber hinaus die wenigen publizierten Untersuchungen zu dieser Teildisziplin (vgl. Tietze u.a. (2000), Törner (1999), Rösken & Rolka (2007), Erens & Eichler (2013)) um eine weitere Zielgruppe.

Als Untersuchungsinstrument entstand im Rahmen von Voruntersuchungen mit Schülerinnen und Schülern einerseits und Studierenden höherer Semester andererseits ein *gemischter halboffener Fragebogen*: Während der erste Teil zur Beschreibung einer Situation aus dem eigenen Analysisunterricht anregt und der dritte Teil aus einem standardisierten Fragebogen mit Blick auf die Mathematik allgemein besteht, werden im zweiten Teil freie Assoziationen zu zentralen Begriffen der (Schul-)Analysis, wie „Ableitung“,

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 1147–1150). Münster: WTM-Verlag

„Integral“, „Funktion“, „Tangente“ oder „Momentangeschwindigkeit“, erhoben. Bezüglich der beschriebenen Zielsetzung erwies sich die Erhebung der Assoziationen als Kernstück der Umfrage, so dass im Folgenden Auswertungsmethode und erste Ergebnisse dieses Fragebogenteils im Vordergrund stehen.

Auswertungsinstrument

Aufgrund des qualitativen Charakters des Assoziationsfragebogens – neben Freitextantworten waren explizit auch Zeichnungen möglich – wurde zur Auswertung die *Qualitative Inhaltsanalyse* (vgl. Mayring 2010) herangezogen. Zur Erstellung des Kodierleitfadens wurde auf die Variante einer deduktiven Kategorienauswahl zurückgegriffen, die im Prozess induktiv weiterentwickelt wird. Als theoretische Grundlage dienten einerseits die gängigen „Aspekte des mathematischen Weltbildes: *Schema*, *Formalismus*, *Prozess* und *Anwendung*“ (Grigutsch u.a. 1998, S. 13). Andererseits wurden mit der *empirisch-gegenständlichen* und der *formalistischen Orientierung* auch solche Kategorien herangezogen, die die Auffassung bezüglich der ontologischen Bindung der Gegenstände beschreiben (vgl. Schoenfeld, 1989 und Burscheid & Struve 2010), da die Untersuchung gängiger Schulbücher hier mögliche Diskrepanzen zwischen schulischer Erfahrung und universitärer Erwartung vermuten lassen (vgl. Witzke, 2014).

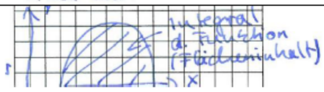
Kategorie	**Beispielhafte schulanalytische Spezifikation**	**Ankerbeispiele (Assoziationsteil)**
Schemaorientierung	Ableitungsbegriff = Anwenden von Ableitungsregeln, „Kurvendiskussion“, …	13. Wendepunkt immer null geben $f''(x)=0$ $f'''(x)\neq 0$
Logisch-strukturelle Orientierung	Beweise (Ableitungsregeln, Hauptsatz), lokales Ordnen von Funktionseigenschaften, Vollständigkeit der reellen Zahlen, …	12. Integral Die Gegenoperation zum ~~Ablte~~ Ableiten
Formal-begriffliche Orientierung	Begriffsunterscheidungen wie „hinreichend/ notwendig“, Funktion/ Graph/Funktionsterm, …	Eine Funktion ordnet jedem x genau 1 y zu
Anwendungs-orientierung	Ableitung als lokale Änderungsrate, Integrieren als Rekonstruktion von Gesamteffekten, …	13. Wendepunkt Berechnung, z.B. um wie viel Uhr oder Tag der Stausee wieder an Wasser verliert
Empirisch-gegenständliche Orientierung	Funktion = Kurve, Präexistenz des Flächeninhaltes beim kontextungebundenen Integrieren, . . .	
Symbolische Orientierung	Standardmäßig verwendete Symbole wie f‘(x), ∫ … dx, f(x)	11. Funktion $f(x)$

Abbildung 1: Kodierleitfaden verkürzt

Nachdem in einer ersten theoriegeleiteten Phase die theoriebasierten Kategorien bezogen auf die Schulanalysis spezifiziert wurden, konnte nach der mehrmaligen Durchsicht des Materials der Kodierleitfaden induktiv angepasst werden: Der Prozessaspekt stellt sich als im Assoziationsteil nicht eindeutig erhebbar heraus, wohingegen dem Formalismusaspekt zwei sehr verschiedene Antwortmuster zugeordnet wurden und dieser daraufhin in eine *logisch-strukturelle* und eine *formal-begriffliche* Orientierung als Subkategorien aufgeteilt wurde. Desweiteren konnte im Rahmen des Assoziationsteils die formalistische Orientierung nicht eindeutig von diesen beiden Subkategorien unterschieden werden, so dass diese oben subsummiert wurde. In einem nächsten Iterationsschritt wurde mit der *symbolischen Orientierung* eine weitere Kategorie aufgenommen, die sich durch die Assoziation gängiger Symbole auszeichnet. In einem iterativen Prozess entstand so der in Abb. 1 verkürzt dargestellte Kodierleitfaden.

Erste Ergebnisse und Ausblick

Mayring expliziert für die qualitative Inhaltsanalyse drei Grundformen des Interpretierens: *Zusammenfassung*, *Explikation* und *Strukturierung.* Der Fokus der derzeitigen Auswertungsarbeit liegt zunächst auf Letzterem, d.h. auf der Weiterentwicklung der oben angedeuteten Analyseeinheiten. Im Zentrum der Arbeit steht die Entwicklung valider und reliabler Kategorien, die als Einheit und Endprodukt der Qualitativen Inhaltsanalyse fungieren und deduktive wie induktive Aspekte vereinen. Das bisherige Kategoriensystem zeigte sich in ersten formativen Durchläufen bzgl. einer itemweise geführten Analyse als sinnhaft bzgl. der Ausgangsfragestellung. So wurden z.B. die hinzugenommenen gegenstangsbezogenen Kategorien wie „symbolisch“ oder „empirisch-gegenständlich“ häufig kodiert. Diskussionswürdig ist die noch vorhandene Möglichkeit der Mehrfachzuordnung einzelner Items. Diese ergibt sich in natürlicher Weise aus den unterschiedlichen theoretischen Ebenen der bisher verwendeten Kategorien. Ziel ist es in weiteren iterativen formativen Analysedurchgängen Oberkategorien zu entwickeln, um Trennschärfe für weitere (qualitative und quantitative) Analyseschritte sowie Einzelfallanalysen zu erhalten. Die erste itemweise Auswertung mit dem oben skizzierten Kodierleitfaden hinterließ den Eindruck häufiger Kombinationen von *empirisch-gegenständlicher und schematischer* auf der einen sowie *symbolischer und schematischer Orientierung* auf der anderen Seite.

Zusätzlich ergaben sich im inhaltsanalytischen Prozess weitere Ergebnisse die beachtenswert erscheinen: So zeigte eine signifikante Zahl von Befragten bzgl. des Items „Assoziationen zum Tangentenbegriff“ eine starke Dominanz elementargeometrischer Vorstellungen. Die Idee der „lokalen Schmieggeraden“ an eine Funktion war eher selten zu finden. Dies bestätigt ein häufig beschriebenes Phänomen (vgl. z.B. Danckwerts&Vogel 2006). Zudem zeigte sich, dass Grundlagenbegriffe wie Stetigkeit und Differenzierbarkeit nur in seltenen Fällen überhaupt Assoziationen hervorriefen. Einen ähnlichen Effekt zeigte der Begriff der Momentangeschwindigkeit –

immerhin prominentestes Beispiel in Schulbüchern für lokale Änderungsraten. Interessanterweise zeigte sich ein ähnliches Bild bzgl. der Assoziationen zum Ableitungsbegriff. Nur ein verschwindend geringer Teil assoziierte hier den Begriff der Änderungsrate. Signifikant waren dagegen die Nennungen, die mit *Schema*, *symbolisch* oder *empirisch-gegenständlich* kodiert wurden. Insgesamt wurde die Kategorie *Anwendung* im Assoziationsteil erstaunlich selten kodiert, was Raum für die These lässt, dass Aufwand und Nutzen bzgl. des Curriculums hier nicht im gewünschten Zusammenhang stehen – wenn die Schüler Assoziationen mit semantischem Gehalt angaben, waren diese zumeist mit geometrischen Vorstellungen (Kurven, Flächen, Tangenten..) verknüpft und nicht mit Anwendungskontexten wie Sie das Konzept der Änderungsrate bereitstellt.

Weitere Analyseschritte im Projekt stellen – neben der Einbettung in aktuelle Forschungsergebnisse zur Thematik – eine geplante typisierende Strukturierung (Mayring 2010), eine vergleichende Analyse mit ebenfalls erhobenen Daten von Lehrenden sowie die Triangulation mit dem Standardisierten Teil der Befragung und Einzelfallanalysen (ggf. gestützt durch Folgeinterviews) dar.

Literatur

Beutelspacher, A. & Danckwerts, R. & Nickel, G. & Spies, S. & Wickel, G. (2011): *Mathematik Neu Denken. Impulse für die universitäre Gymnasiallehrerbildung.* Wiesbaden.

Burscheid, H. J. & Struve, H. (2010): *Mathematikdidaktik in Rekonstruktionen*. Hildesheim: Franzbecker.

Danckwerts, R. & Vogel, D. (2006): *Analysis verständlich unterrichten.* Wiesbaden.

Erens, R. & Eichler, A. (2013): *Reconstructing Teachers' beliefs on Calculus*. CERME8.

Mayring, P. (2010): *Qualitative Inhaltsanalyse*. Grundlagen und Techniken. Weinheim und Basel: Beltz.

Rösken, B. & Rolka, K. (2007): *Integrating Intuition: The Role of Concept Image and Concept Definition for Students' Learning of Integral Calculus.*In: The Montana Mathematics Enthusiast. S. 181-204.

Schoenfeld, Alan H. (1989): *Explorations of Students' Mathematical Beliefs and Behavior.* In: Journal for Ressearch in Mathematics Educations. 20 (4). S. 338-355.

Tietze, U. & Klika, M. & Wolpers, H. (Hrsg.) (2000^2): *Mathematikunterricht in der Sekundartufe II.* Band 1. Wiesbaden.

Törner, G. (1999): Domain-specific beliefs and calculus. In: Pehkonen & Törner (Hrsg.): *Mathematical beliefs and their impact on teaching and learning of Mathematics.*S. 134-142.

Witzke, I. (2014): *Zur Problematik der empirisch-gegenständlichen Analysis des Mathematikunterrichts.* In: Der Mathematikunterricht 2/14, S. 19-31.