

Christian RÜEDE, Christof WEBER, Franz EBERLE, Zürich

## **Mathematische Anforderungen für Studienanfänger an Schweizer Hochschulen**

Gegenwärtig wird im deutschsprachigen Raum die Schnittstelle Gymnasium – Hochschule diskutiert. Anlass geben einerseits Klagen der Hochschulen über mangelhafte Kenntnisse von Studienanfängern in Erstsprache und Mathematik, und andererseits die hohen Durchfallquoten in den ersten Prüfungen, ganz besonders bei mathematischen Lehrveranstaltungen. Diese Diskussion ist besonders für die Schweiz brisant, da hier die gymnasiale Matur einen prüfungsfreien Zugang zu allen Studiengängen der Hochschulen gewährleistet (Ausnahme: Medizin). Um diesen prüfungsfreien Hochschulzugang weiterhin sicherzustellen, hat die Schweizerische Erziehungsdirektorenkonferenz (EDK) deshalb eine Studie in Auftrag gegeben, um so genannte „basale fachliche Studierkompetenzen“ in Erstsprache und Mathematik zu definieren (Eberle, 2012). Damit ist jenes Wissens und Könnens in Erstsprache und Mathematik gemeint, welches für das Bestehen der ersten beiden Semester einer breiten Zahl von Studiengängen unabdingbar ist. Die Idee einer solchen Studie wurde bereits im Bericht zur Evaluation der Maturitätsreform 1995 skizziert (Eberle et al., 2008).

Gegenstand dieses Beitrags ist der empirische Teil der Studie, in dem die Anforderungen der Schweizer Hochschulen an Studienanfänger verschiedener Studiengänge eruiert wurden, um so die Formulierung von basalen Kompetenzen auch empirisch und nicht nur normativ fundieren zu können. Während in der eigentlichen Studie die fachlichen Anforderungen hinsichtlich Erstsprache und Mathematik erarbeitet wurden, beschränken wir uns hier auf die Bestimmung der mathematischen Anforderungen.<sup>1</sup>

### **1. Befragte Studierende und Instrumente**

Insgesamt wurden vierzig Studierende (24 w, 16 m) aus zwanzig Studiengängen (z. B. der Germanistik, Psychologie, Ökonomie, Biologie oder Mathematik) der deutschen, französischen und italienischen Schweiz befragt. Diese Studierenden waren nicht nur kommunikativ stark, sie hatten auch die beiden ersten Semester ihres Studiengangs sehr erfolgreich abgeschlossen und waren zum Zeitpunkt der Befragung im dritten respektive vierten Semester. Die drei folgenden Befragungsinstrumente wurden eingesetzt:

---

<sup>1</sup> Der Forschungsgruppe gehören – neben den Autoren – weiter Christel Brüggelbrock und Urs Albrecht (alle Institut für Erziehungswissenschaften, Universität Zürich) an.

a) *Fragebogen*: Jedes der 64 Items beschrieb eine mathematische Fertigkeit. Für jedes Item musste die Häufigkeit des Einsatzes („oft“, „selten“, „nie“) und die Vorausgesetztheit („ja“, „nein“) der entsprechenden Fertigkeit für die ersten beiden Semester eingeschätzt werden. Die Items stammten aus fünf Themenbereichen:

- Arithmetik und Algebra (z. B. „Lineare Gleichungen lösen“)
- Geometrie (z. B. „Räumliche Figuren anschaulich skizzieren“)
- Lineare Algebra (z. B. „Vektoren nach einer Basis zerlegen“)
- Analysis (z. B. „Funktionen mit Hilfe von Regeln ableiten“)
- Stochastik (z. B. „Erwartungswerte berechnen“)

b) *Unterlagenerfassung*: Die Studierenden mussten sämtliche Unterlagen aus ihren ersten beiden Semestern einreichen (Skripte, Folien, Übungsblätter, Lehrbücher, Manuals etc.).

c) *Interview*: Im ersten, strukturierten Teil wurden allfällige Unklarheiten in den von den befragten Studierenden ausgefüllten Fragebogen und den von ihnen eingereichten Unterlagen geklärt. Im zweiten, halbstrukturierten Teil wurde eruiert, inwiefern das gymnasiale mathematische Wissen bei der Bewältigung des ersten Studienjahrs notwendig war.

## 2. Auswertung

Die mit den Instrumenten erhobenen Daten wurden wie folgt ausgewertet:

a) *Fragebogen*: Für jedes der 64 Items wurde der Mittelwert der Häufigkeit und der Vorausgesetztheit bestimmt, und zwar für jeden Studiengang und für die Gesamtheit der befragten Studierenden.

b) *Unterlagenerfassung*: Alle Unterlagen der nicht-mathematischen Veranstaltungen wurden einem Rating entlang der folgenden Dimensionen unterzogen: Wie oft kommen in den Unterlagen i) das Lesen von mathematische Darstellungen, ii) das Produzieren von mathematischen Darstellungen, iii) Beweis- und Problemlöse-Aufgaben und iv) komplexe Notationen vor? Bei den mathematischen Darstellungen wurde zudem zwischen Graphiken, Statistiken, Formeln, 3D-Darstellungen und Diagrammen unterschieden.

c) *Interviews*: Da der strukturierte Teil der Interviews der Klärung von Unklarheiten diente, wurden die entsprechenden Antworten direkt in die Fragebogen und Unterlagen übertragen. Die Antworten des halbstrukturierten Teils wurden hingegen inhaltsanalytisch ausgewertet hinsichtlich der folgenden Leitfrage: Wie nutzen die Studierenden die gymnasiale Mathematik zur Bewältigung der mathematischen Anforderungen an den Hochschulen?

### 3. Ergebnisse

Für die vollständigen und detaillierten Ergebnisse verweisen wir auf den Schlussbericht der Studie, der Ende 2014 erscheinen wird, und fassen hier die zentralen Ergebnisse der mathematischen Teilstudie zusammen.

a) *Fragebogen*: Im ersten Studienjahr werden Fertigkeiten aus dem Themenbereich der Arithmetik und Algebra nicht nur häufiger als alle anderen eingesetzt, sie werden auch stärker vorausgesetzt. Fertigkeiten aus der Stochastik und der Linearen Algebra werden dagegen kaum eingesetzt und auch kaum vorausgesetzt. Die Fertigkeiten aus den Themenbereichen Analysis und Geometrie liegen hinsichtlich der Häufigkeit und Vorausgesetztheit tendenziell dazwischen. In den Themenbereichen Algebra und Arithmetik, Analysis und Geometrie sind im Schnitt jene Items am wichtigsten, die bereits in der Sekundarstufe 1 angebahnt werden, zum Beispiel „das große Einmaleins und Bruchrechnen“, „lineare Gleichungen lösen“, „elementargeometrische Probleme lösen“, „Funktionen graphisch darstellen“ etc. Bei den genuin gymnasialen Items spielen im Schnitt jene aus der Differential- und Integralrechnung (z.B. „Funktionen mit Hilfe von Regeln ableiten“) eine deutlich wichtigere Rolle als Items wie „Ebenen- und Geradengleichung im Raum“ oder „numerische Verfahren“.

b) *Unterlagenerfassung*: Jeder Studiengang weist ein spezifisches, für ihn typisches mathematisches Anforderungsprofil auf. Die Art und Weise, wie eine Wissenschaft zu Erkenntnissen kommt, scheint auch zu bestimmen, mit welchen mathematischen Darstellungen Studienanfänger umgehen lernen müssen, gerade auch in den nicht-mathematischen Veranstaltungen. Betrachtet man das „gemittelte“ Anforderungsprofil über alle Studiengänge, so ist das Lesen von Formeln und Graphiken zentral. Das Lesen von Statistiken, 3D-Darstellungen und Diagrammen hingegen ist nur für gewisse Studiengänge wichtig. Ebenso ist festzustellen, dass im Schnitt das Lösen von Problemen deutlich häufiger eingefordert wird als das Beweisen von Sachverhalten, und dass komplexe Notationen nur in den mathematiklastigen Studiengängen oft anzutreffen sind.

c) *Interviews*: Die Auswertung der Interviews brachte im Wesentlichen zwei weitere Ergebnisse hervor. Für jene befragten Studienanfänger, die mathematische Veranstaltungen belegten, war es nicht nur äußerst wichtig, dass sie das am Gymnasium erworbene mathematische Wissen flexibel anwenden können, sondern auch, dass sie dieses Wissen für die Herstellung von Zusammenhängen nutzen können. Die interviewten Studienanfänger meinten damit, dass es hilfreich ist, wenn sie vom Gymnasium her wissen,

- was mit der Einführung eines mathematischen Begriffs erreicht wird,

- welche Konkretisierungen mit allgemeinen, formalen Definitionen verbunden sind,
- wie Regeln in einfachen Fällen angewendet werden,
- und wann eine Regel angewendet wird.

#### 4. Diskussion

Die mathematischen Anforderungen an Schweizer Hochschulen, denen die Mehrheit der Studienanfänger genügen müssen, lassen sich folgendermaßen zusammenfassen: Die Studienanfänger müssen mathematische Fertigkeiten einsetzen (arithmetischer und algebraischer Kalkül, Ableitungskalkül), Formeln und Graphiken lesen und mathematische Zusammenhänge herstellen (vor allem zwischen Begriffen wie Term, Gleichung, Funktion, Ableitung, Integral, Winkel und Vektor). Um diese Anforderungen zu bewältigen, müssen sie ihr gymnasiales mathematisches Wissen und Können flexibel nutzen können.

Es scheint also, dass mit Studierfähigkeit in mathematischer Hinsicht sowohl Routine verbunden ist als auch die Fähigkeit, erworbenes Wissen situativ anwenden und auf neuartige Sachkontexte anpassen zu können. Insofern sollten alle Maturanden in ausgewählten Themenbereichen über einen gewissen Grad an *adaptiver* Expertise (Schwartz, Bransford & Sears, 2005) bzw. an *intelligentem* Wissen (Pinkernell & Greefrath, 2011) verfügen. Während dies im Bereich der Algebra und Arithmetik heißt, dass Maturanden einen *Struktursinn* (Linchevski & Livneh, 1999) respektive *Symbolsinn* (Arcavi, 1994) besitzen sollten, könnte dies im Kontext des Interpretierens von Darstellungen bedeuten, über einen *Darstellungssinn* zu verfügen.

#### Literatur

- Arcavi, A. (1994). Symbol Sense: Informal Sense-making in Formal Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 14(3), 24–35.
- Eberle, F., Gehrler K., Jaggi, B., Kottonau, J. Oepke, M. & Pflüger M. (2008). *Evaluation der Maturitätsreform 1995*. Bern: Staatssekretariat für Bildung und Forschung.
- Eberle, F. (2012). Das Projekt „basale fachliche Studierkompetenzen“. *Gymnasium Helveticum*, 4, 6–12. ([http://www.vsg-sspes.ch/fileadmin/files/GH/GH\\_04\\_2012.pdf](http://www.vsg-sspes.ch/fileadmin/files/GH/GH_04_2012.pdf))
- Linchevski, L. & Livneh, D. (1999). Structure Sense: The Relationship between Algebraic and Numerical Contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 40(2), 173–199.
- Pinkernell, G., Greefrath, G. (2011): Mathematisches Grundwissen an der Schnittstelle Schule–Hochschule. *Mathematischer und naturwissenschaftlicher Unterricht*, 64(2), 109–113.
- Schwartz, D. L., Bransford, J. D. & Sears, D. (2005). Efficiency and Innovation in Transfer. In J. Mestre (Hrsg.), *Transfer of Learning from a Modern Multidisciplinary Perspective*. Greenwich, CT: Information Age Publishing, 1–51.