Ingrid SCHARLAU, Lüneburg, Jörn SCHNIEDER, Lübeck

Erwerb mathematischer Schreibkompetenz während der Studieneingangsphase

Ziel unseres Ansatzes ist, systematische Mittel zur verständlichen schriftlichen Darstellung mathematischer Sachverhalte zu erarbeiten. So sollen Studierende der Studieneingangsphase beim (selbstgesteuerten) Lernen von Mathematik unterstützt und frühzeitig auf das wissenschaftliche Schreiben vorbereitet werden. Aufgabe ist somit, diese Fähigkeiten nicht nur en passant bei der Arbeit an fachlichen Inhalten mitzuvermitteln, sondern explizit als methodisches Denken und Handeln lernbar zu machen. Unser didaktisches Konzept verbindet konkrete mathematische Schreibübungen mit Reflexionsaufgaben, mit denen die Zweckmäßigkeit mathematiktypischer Darstellungsformen befragt wird. Wir hoffen, hiermit auch der Selbstverständigung der Studierenden über ihr Mathematiklernen, d.h. dem Verständlichmachen von Mathematik für sich selbst, dienlich zu sein.

„Die Sprache Mathematik ist eine der schriftlichen Texte“ (Mehrtens 1990, S. 9). Nicht anders als in anderen Disziplinen heißt Mathematik betreiben, mathematische Texte sinnentnehmend zu lesen und sinnhaltige, adressatengerechte Texte zu produzieren – vom Übungsblatt über die Bachelorarbeit bis hin zum Forschungsartikel. Mathematische Sprache besteht aus einem Wechselspiel aus Prosa- und Formelsprache. Beweise erschöpfen sich jedoch nicht in ihrer logischen Schlüssigkeit; einen Beweis und mit ihm den bewiesenen Satz zu verstehen, heißt somit mehr als nur seine Schlüssigkeit überprüft zu haben (zum geschichtlichen Zusammenhang zwischen formaler und inhaltlicher Mathematik vgl. Krämer 1988). Vielmehr erschließt sich das Ganze eines Beweises aus dem Einzelnen und gleichzeitig das Einzelne aus dem Ganzen, also aus der wechselseitigen Kontextualisierung kleinerer und größerer Beweisteile (Schnieder 2013). Mathematisch richtet sich unsere Aufmerksamkeit deswegen auf Begriffe, Sätze, Theorien und Argumentationen als die Grundbausteine einer als Wissenschaft betriebenen Mathematik (vgl. dazu Janich 2001, von Hentig 2003).

Eine mathematische Argumentation, d.h. ein Beweis, kann zudem erst dann als verstanden gelten, wenn man über ein differenziertes Bild seiner theoriegeschichtlichen und forschungslogischen Bedeutung verfügt, also nach seiner Einordnung in den forschungsgeschichtlichen Horizont und der Aufdeckung der leitenden Forschungsinteressen. Dies lässt sich nicht in Formeln ausdrücken, sondern verlangt sprachliche Rekonstruktion.

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 1059–1062). Münster: WTM-Verlag

Hinter unserem Ansatz stehen sowohl eine bestimmte wissenschaftstheoretische Überzeugung als auch wissenschaftsdidaktische Überlegungen: Wie jede Wissenschaft ist auch die Mathematik auf Verständlichkeit und Mitteilung angewiesen. Im Gegensatz zu verbreiteten Vorstellungen ist sie ein hochkommunikatives Geschehen; sie „ist das Verfahren, durch das ich sichern möchte, dass du siehst, was ich sehe" (von Hentig 2003, S. 175).

Über das hierfür notwendige Schreiben und seine Rolle nachzudenken, verlangt einen weiten Blick, neben *Textformen und deren sprachlichen Merkmalen*, also Ansätzen der Rhetorik und Linguistik, auch auf *disziplinspezifische rhetorische und stilistische Merkmale* (z.B. Mehrtens 1990). Schriftstücke und Schreiben geben zudem Auskunft über die spezifische *Epistemologie* einer Disziplin. Die Produktion von Texten vollzieht sich schließlich in *Schreibprozessen*, konkreten Tätigkeiten, Gedanken und Haltungen.

Schreiben ist eine hochkomplexe kognitive Tätigkeit, die durch extensive und intensive Übung erworben wird. Inhaltlich komplex bleibt wissenschaftliches Schreiben immer schwierig, kann aber durch das Trainieren von Teilkomponenten erleichtert werden, etwa indem man das Formulieren komplexer Sätze, das Ausformulieren vorsprachlicher Ideen, Tippen, aber auch Zeitplanung und Selbstmanagement lernt und routinisiert (Kellogg & Whiteford 2009). Jedoch lässt sich nicht von einer allgemeinen Schreibkompetenz sprechen, die sich, einmal erworben, umstandslos auf alle Wissenschaften übertragen ließe. Studierende müssen vielmehr Literalität, wissenschaftliche Lese-, Schreib-, Denk-, Sachauseinandersetzungskompetenz in den jeweiligen Fächern und Diskursen erwerben (Lillis & Scott 2007).

Schreibdidaktik ist somit nicht angewandte Wissenschaft, die sagt, was zu tun wäre, und schon einmal gar nicht Praxis, die mit bestimmten Werkzeugen Probleme behebt, sondern eine bestimmte Art und Weise, universitäres Lernen und Lehren anzusehen, unter dem Aspekt, wie Schreiben in Einzelwissenschaften geschieht, wie Disziplinen ihre eigenen Praktiken aufklären können, und wie die Studierenden dabei unterstützt werden können, in die Diskursgemeinschaft einer Disziplin hineinzuwachsen.

In unserem ersten Beispiel geht es darum, mathematische Gedanken logisch korrekt und verständlich aufzuschreiben. Grundlegende Regel ist, in ganzen Sätzen zu schreiben, so dass Symbole, Terme, Gleichungen und Aussageformen in Sätze integriert werden (vgl. Houston 2012, Beutelspacher 2009). Ein vorgelegtes Puzzle zum Irrationalitätsbeweis von Wurzel 2 enthält nur Formeln und Gleichungen, keine alltagssprachlichen Elemente. Im ersten Schritt sollen die Studierenden die Puzzle-Teile in die richtige Reihenfolge bringen und ihre Entscheidungen begründen. Danach sollen sie die Formeln in vollständig formulierte Sätze integrieren; dafür erhalten sie eine erprobte Liste mit Formulierungsbausteinen. Durch die Vorgabe von formelsprachlichen und alltagssprachlichen Anteilen tragen wir der Tatsache Rechnung, dass Studierende die Vorteile algorithmischer Aspekte der Mathematik grundsätzlich verstehen, sie nur oft rezeptologisch anwenden. Die Vorgabe allein der formalen Elemente des Beweises erlaubt, alltagssprachlich formulierte Argumentationen über die algebraischen Anteile des Beweises gezielt einzuüben, wobei die Liste davon entlastet, neben der grammatikalischen Korrektheit noch auf angemessene Wortwahl zu achten.

Zur Ausarbeitung komplexerer mathematischer Themen muss auch der theoriegeschichtliche Hintergrund oder Forschungskontext rekonstruiert werden; dies ist Gegenstand des folgenden Beispiels. Wichtig an der Aufgabenstellung ist, dass sie Studierenden ein lernbares Werkzeug vermittelt, mit dem sie methodisch von den inhaltlich-mathematischen Details absehen lernen, und sie dabei unterstützt, einen Blick auf das Große und Ganze einzunehmen und sprachlich angemessen umzusetzen. Sie erhalten verschiedene historische Beweise zum Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung (hier bieten sich beispielsweise Texte von I. Barrow, J. Gregory, I. Newton, G.W. Leibniz, A.L. Cauchy oder H.L. Lebesgue an). Die Aufgabe besteht zunächst darin, diese Beweise historisch anzuordnen und die Entscheidungen etwa im Rahmen eines Textes für das Wissenschaftsressort der Wochenzeitung *Die Zeit* zu begründen. Darauf aufbauend besteht die weitere Aufgabe darin, eine Laudatio etwa von Cauchy auf Barrow und schließlich – mathematisch wie schreibdidaktisch deutlich anspruchsvoller – eine Laudatio von Barrow auf Cauchy zu verfassen.

Abgesehen davon, sich in die theoriegeschichtlich bedingt verfremdeten Beweisgänge einzuarbeiten, besteht die Aufgabe ganz wesentlich darin, sich von den inhaltlichen Details zu lösen und zunächst Kriterien zu überlegen, wie die in Darstellungsform und Stringenz sehr verschiedenen Beweisansätze sinnvoll verglichen werden können. Durch das bewusst populär gehaltene wissenschaftsjournalistische Setting entsteht die Erwartung, einen Text zu verfassen, der mathematisch nicht zu anspruchsvoll, aber auch nicht zu populär gehalten sein darf. Vielmehr besteht die Aufgabe des Schreibers darin, Beweisideen herauszustellen und in ihrer Wirksamkeit zu bewerten und diese Bewertung nachvollziehbar zu machen.

Dieses Beispiel ähnelt wiederum einer bewährten schreibdidaktischen Methode. Bean (2001) nutzt im Rahmen schreibintensiver Lehre zahlreiche Aufgaben *explorativen Schreibens*, die primär der inhaltlichen Erschließung dienen. Dazu gehören auch historisch-biographische Herangehensweisen, etwa Briefe aus der Sicht wichtiger Akteure oder Streitgespräche.

Das Schreiben von Briefen oder Dialogen – vertrauter Genres – fällt oft leichter als das wissenschaftlicher Texte. Der Wechsel in die Perspektive einer anderen Person erlaubt, den Kontext zu erschließen, der immer wichtige Information zum Thema selbst erhält, und das Verfassen von ungewöhnlichen Texten rückt die Formulierungsarbeit auf etwas lockerere Weise in den Blick als das beim Formulieren der fremden und schwierigen Textart wissenschaftliche Hausarbeit der Fall sein mag.

Akademische Texte zu schreiben heißt, wissenschaftliche Probleme zu lösen. Aus diesem Grund wird das Schreiben mathematischer Texte nie ganz leicht werden. Der vorgestellte mathematikdidaktische Ansatz bietet eine Möglichkeit, dieses Problem explizit und mit bewährten Methoden anzugehen; als spezifische Art der Auseinandersetzung mit mathematischen Beweisen bleibt er zudem auch für Fortgeschrittene nützlich. Nimmt man Mathematik als Diskursgemeinschaft im oben erwähnten Sinne ins Auge, wird deutlich, dass die Überzeugungskraft eines Beweises nicht nur von seiner logischen Gültigkeit abhängt. Jeder Beweis richtet sich als Argumentation an konkrete Personen, die als Adressaten ernst zu nehmen sind. Es geht also nicht nur darum, einen bestimmten Sachverhalt zu begründen, sondern zugleich auch bestimmte Adressaten von seiner Richtigkeit zu überzeugen. In diesem Sinn spielen auch pragmatische, ästhetische, kommunikative und nicht zuletzt rhetorische Aspekte für einen geglückten Beweis eine zentrale Rolle. Diese erweiterte Perspektive lässt sich, so hoffen wir gezeigt zu haben, für das Lernen von Mathematik nutzen.

Literatur

Bean, J. C. (2001). *Engaging ideas.* Hoboken: John Wiley & Sons.

Beutelspacher, A. (2009). *Das ist o. B. d. A. trivial!* 9. Auflage. Wiesbaden: Vieweg.

Hentig, H. von (2003). *Wissenschaft: Eine Kritik.* Weinheim und Basel: Beltz.

Houston, K. (2012). *Wie man mathematisch denkt.* Berlin: Springer.

Janich, P. (2001). *Logisch-pragmatische Propädeutik: Ein Grundkurs im philosophischen Reflektieren.* Weilerswist: Velbrück Wissenschaft.

Kellogg, R.T., & Whiteford, A. P. (2009). Training advanced writing skills: The case for deliberate practice. *Educational Psychologist, 44*, 250-266.

Krämer, S. (1988). *Symbolische Maschinen: Die Idee der Formalisierung in geschichtlichem Abriß.* Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

Lillis, T. & Scott, M. (2007). Defining academic literacies research: Issues of epistemology, ideology and strategy. *Journal of Applied Linguistics*, 4(1) 5–32.

Schnieder, J. (2013). Mathematikdidaktische Potentiale philosophischer Denkrichtungen. In I. Bausch et al. (Hrsg.), *Mathematische Vor- und Brückenkurse* (S. 197 – 212). Wiesbaden: Springer Spektrum.

Mehrtens, H. (1990). *Moderne Sprache Mathematik.* Frankfurt a. M.: Suhrkamp.