Oliver SCHMITT, Darmstadt

Explizites Wissen zu mathematischen Kompetenzen aus reflexionsorientierter Perspektive

In den KMK-Bildungsstandards der Oberstufe wird Kompetenz als „Fähigkeit verstanden, Wissen und Können in den jeweiligen Fächern zur Lösung von Problemen anzuwenden“ (s. KMK, 2012, S. 2). Die konkreteren Ausformulierungen in den Anforderungsbereichen der KMK, in denen auch das Überprüfen, Vergleichen und Bewerten von Modellen im Kontext einer Realsituation, das Reflektieren von Lösungswegen beim Problemlösen oder das Bewerten von Argumenten aufgeführt werden, fordern dazu auf, den Problembegriff in dieser Definition genauer zu fassen.

1. Perspektiven auf Metawissen

Neben Problemen, die den Einsatz mathematischen Wissens und Könnens zum Modellieren, Argumentieren und Problemlösen erfordern, gehören auch solche zum Mathematikunterricht, die Reflexionshandlungen erfordern. Diese Weitung ist zu dessen Legitimation notwendig, da Kommunikations- und Entscheidungshandlungen aus allgemeinbildender Sicht größte Relevanz zukommt (vgl. Fischer, 2001, S. 10f.). Umgekehrt sind eigene Erfahrungen im Modellieren, Problemlösen und Argumentieren als aktivierende Lernanlässe unverzichtbar, auch damit das angestrebte Reflexionswissen kein „äußerlich angelerntes Informationswissen“ (s. Heymann, 1996, S. 200) bleibt. Die Handlungs- und Reflexionsperspektive auf prozessbezogene Kompetenzen stehen also in wechselseitiger Abhängigkeit.

Die Kernfrage lautet, ob im Unterricht Metawissen zu den prozessbezogenen Kompetenzen explizit thematisiert werden sollte und welche Inhalte dabei in Frage kommen. Der Beitrag vertritt die These, dass explizites Metawissen sowohl aus Sicht der Handlungs- als auch aus Sicht der Reflexionsperspektive förderlich sein kann und aus den oben genannten Gründen jeweils beide Perspektiven zur inhaltlichen Entscheidung, was zur Thematisierung im Mathematikunterricht geeignet ist, betrachtet werden sollten. Nach einer kurzen Begründung der Hauptthese wird eine solche Betrachtung exemplarisch anhand des Modellierungskreislaufs durchgeführt.

2. Bedeutung von Metawissen aus der Handlungsperspektive

Empirische Untersuchungen zu den prozessbezogenen Kompetenzen weisen darauf hin, dass Metawissen beim eigenen Modellieren, Argumentieren und Problemlösen hilfreich sein kann. So wies Katja Maaß (2007) erwartungskonform nach, dass Fehlvorstellungen über das Realmodell mit Defi-

In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 1079–1082). Münster: WTM-Verlag

ziten in der Konstruktion des Realmodells und Fehlvorstellungen über die Validierung mit Problemen bei der Validierung einhergehen. Bessere Modellierer haben tendenziell ein besseres Metawissen über das Modellieren. Eine Diskussion des Modellbildungsprozesses soll daher mit den Lernenden explizit vorgenommen werden. Im Bereich der Kompetenz des Argumentierens fanden Ufer, Heinze, Kuntze, Rudolph-Albert (2009) einen „schwachen aber substanziellen" Zusammenhang von Methodenwissen, d. h. Wissen über Evaluationskriterien von mathematischen Beweisen, und geometrischer Beweiskompetenz. Collet (2009) wies die positive Wirkung eines expliziten Lehrgangs zu Heurismen auf deren produktiven Einsatz sowie eine signifikante Korrelation zwischen dem Einsatz von Heurismen und dem erfolgreichen Bearbeiten von Problemlöseaufgaben nach.

3. Implizites und explizites Wissen aus Reflexionsperspektive

Reflexionswissen im Sinne von Fischer (2012), das zur Entscheidungs- und Kommunikationskompetenz führen soll, kann Fischer folgend nur explizites Wissen sein, da es kritisierbar sein muss. Implizites Wissen aber, das etwa Experten befähigt richtig zu handeln ohne sich dessen bewusst zu sein, ist nicht kritisierbar. Explizites Metawissen zu den prozessbezogenen Kompetenzen als typische mathematische Tätigkeiten könnte entsprechend dazu beitragen diese der Kommunikation und Kritik zu öffnen.

Beispielhaft soll dies hier für die Kompetenz des Modellierens präzisiert werden, ähnlich lässt sich auch für die anderen Kompetenzen argumentieren. Die gesellschaftliche Bedeutung der Mathematik in technischen Systemen oder formalen Organisationsstrukturen ist oft nicht direkt einsehbar, da die Mathematik dort nur implizit, unter der Oberfläche, enthalten ist, sie kann daher leicht als selbstverständlich erscheinen. Keitel, Kotzmann und Skovsmose (1993) schlagen sechs Stufen der Reflexion vor, die eine Analyse dieser „impliziten Mathematik" ermöglichen sollen. Unter anderem soll die Passung von Modellierungen zum Kontext aber auch die grundsätzliche Eignung einer Formalisierung für die Lösung eines Problems reflektiert werden (vgl. S. 42ff). So wie das Anwenden von Mathematik nicht allein durch mathematisches Wissen ermöglicht wird, so wird auch das Reflektieren nicht allein durch die Ausführung von Modellierungen ermöglicht. Explizites Metawissen über wichtige Phasen und Aspekte des Modellierens kann hilfreich sein, um eine begriffliche Basis zur Ermöglichung von Reflexion und Kritik eigener und fremder Modellierungen zu schaffen.

4. Modellierungskreislauf als zu explizierendes Metawissen?

Von diesen grundsätzlich befürwortenden Zugängen lässt sich allerdings noch keine inhaltliche Auswahl ableiten. Ist beispielsweise Wissen über den Modellierungskreislauf ein sinnvolles Lernziel? Allgemeine inhaltliche Hinweise können im Bereich des Modellierens von den dargestellten Überlegungen zu impliziter Mathematik oder auch von typischen Missverständnissen erhalten werden, wie sie etwa von Förster und Kuhlmay (2000) aufgezählt werden. Dazu zählen unter anderem die Ineinssetzung von Realität und Realmodell, die Betrachtung des Modellierungskreislaufs als kybernetischen Regelkreislauf sowie die Vernachlässigung der in die Modellierung eingehenden Zielvorstellungen der beteiligten Akteure. Im Projekt DISUM (Schukajlow et al., 2010) wurden Lernende bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben mit sogenannten „Lösungsplänen“, einer vereinfachten Form des Modellierungskreislaufs, unterstützt. Dabei konnten positive Wirkungen auf die Leistung, Einstellung und Strategie der Lernenden festgestellt werden, gleichzeitig wurde auch die Diskussion der Lösungsvorschläge mit den Lehrenden unterstützt.

Voigt (2011) weist auf die Gefahr einer falschen Schematisierung hin, die routinierte Lösung eines Experten wird zur Vorlage für das kreative Problemlösen von Lernenden. Die Schrittfolge des Modellierungskreislaufs zeigt sich auch empirisch bei der Untersuchung von Schülerlösungen nicht. Insbesondere der Wechsel von Realität und Modell geschieht fortwährend in der Problembearbeitung, nicht in schematisierter Form am Anfang und Ende. Im Expertenumfeld existiert dabei eine personale Trennung zwischen Experten für die Situation und mathematischen Experten, die es in der Schule nicht gibt. Zudem ist die Modellierung im Unterricht abhängig von den mathematischen Möglichkeiten und dem aktuellen Thema, die Probleme sollen formal gelöst werden und werden auch entsprechend formuliert.

Insgesamt legen diese Betrachtungen nahe, dass die Kenntnis der einzelnen Phasen des Modellierungskreislaufs zwar helfen kann, wie etwa bei DISUM, Modellierungsaufgaben besser zu lösen und als Kommunikationsmittel eine Diskussion, insbesondere auch verschiedener Missverständnisse von mathematischen Modellen, zu ermöglichen. Der Modellierungskreislauf in seiner Schrittfolge sollte dabei allerdings als eine Idealisierung von Expertentätigkeit, als Hilfestellung bei der Analyse, Kommunikation und Kritik verstanden werden. Die Unterschiede in der Tätigkeit der Lernenden und der Experten können selbst zum Gegenstand des Unterrichtsgesprächs werden. Langfristig sollte die Vorstellung von Modellierungstätigkeiten auch Zwecke und Theorien einschließen, die schon in die Problemformulierung eingehen, wie es etwa bei Blomhøj und Kjeldsen (2011) berücksichtigt ist. Um zu verhindern, dass eigene Modellierungstätigkeiten zu sehr am aktuellen Inhalt orientiert sind, könnten im Unterricht eigene Phasen zum gezielten Ausüben und Reflektieren des Modellierens eingeführt werden, in denen im Laufe der Schulzeit gezielt Handlungskompetenz und Metawissen aufgebaut werden. Da nicht bereits zu Beginn der Sekundarstufen komplexe Modellierungen durchgeführt werden können, kann sich ein solcher Kurs etwa an dem Entwicklungsmodell von Böhm (2013) orientieren. Dieser unterscheidet unmittelbares, idealisierendes sowie anpassendes Modellieren. Dabei werden die zu berücksichtigenden Aspekte im Modellierungsprozess sukzessive abstrakter und vielfältiger, Metawissen kann so durch Reflexion eigener Erfahrungen und passender Expertenbeispiele sukzessive aufgebaut werden.

Literatur

Böhm, U. (2013). Modellierungskompetenzen langfristig und kumulativ fördern. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Blomhøj, M. & Kjeldsen, T. H. (2011). Students' Reflexions in Mathematical Modelling Projects. G. Kaiser et al. (Hrsg.) Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling (S. 385-395). Dordrecht, Heidelberg, London, New York: Springer.

Collet, C. (2009). Problemlösekompetenzen in Verbindung mit Selbstregulation fördern. Wirkungsanalysen von Lehrerfortbildungen. G. Krummheuer & A. Heinze (Hrsg.): Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik, Münster: Waxmann.

Fischer, R. (2001). Höhere Allgemeinbildung II. Zugriff am 19.3.2013.Verfügbar unter: http://www.uni-klu.ac.at/wiho/downloads/Hoehere_Allgemeinbildung_II(1).pdf

Fischer, R. (2012). Bildung von Individuum und Gesellschaft. R. Fischer, U. Greiner & H. Bastel: Domänen fächerorientierter Allgemeinbildung (S.262-276). Linz: Trauner.

Förster, F. & Kuhlmay, P. (2000). „The Box" - Ein Computerspiel hilft beim Verständnis von Modellbildungsprozessen. F. Förster, H.-W. Henn & J. Meyer (Hrsg.): ISTRON – Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht (S. 188-198). Hildesheim: Franzbecker.

Heymann, H.W.(1996). Allgemeinbildung und Mathematik.Weinheim und Basel: Beltz.

Keitel, C.; Kotzmann, E. & Skovsmose, O. (1993). Beyond the Tunnel Vision. C. Keitel & K. Ruthven (Hrsg.): Learning from Computers: Mathematics Education and Technology (S. 243-279). Berlin, Heidelberg, New York: Springer.

KMK (Kultusministerkonferenz) (2012). Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife. Beschluss vom 18.10.2012. (http://www.kmk.org/)

Maaß, K. (2007). Modelling in Class: What do we want the students to Learn? C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Hrsg.): Modelling and Applications in Mathematics Education (S. 63-78). Chichester: Horwood limited publishing.

Schukajlow, S. et al. (2010). Lösungsplan in Schülerhand. Beiträge zum Mathematikunterricht 2010, Münster: WTM-Verlag, 771-774.

Ufer, S.; Heinze, A; Kuntze, S. & Rudolph-Albert, F. (2009). Beweisen und Begründen im Mathematikunterricht: Die Rolle von Methodenwissen für das Beweisen in der Geometrie. Journal für Mathematik-Didaktik, 30, 30-54.

Voigt, J. (2011). Rationale Modellierungsprozesse. Beiträge zum Mathematikunterricht 2011, Münster: WTM-Verlag, 115-118.